ANNALES
de
MATHEMATIQUES
Btn hôtellerie

Michel Charrier
Professeur Agrégé

Tous les sujets
de juin 1994 à juin 2006

NOVEMBRE 2006

Btn 1994

Exercice 1 (8 points)

On dispose de deux dés cubiques non truqués et homogènes :

- l'un est bleu et a ses faces numérotées de 1 à 6,
- l'autre est rouge et a trois faces numérotées chacune 1, deux faces numérotées chacune 2 et une face numérotée 3.

1) On lance le dé rouge seulement :

   a. Quelle est la probabilité d'obtenir une face numérotée 2 ?

   b. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre impair ?

2) On lance les deux dés et on forme un nombre de deux chiffres de la manière suivante :
   le chiffre inscrit sur la face supérieure du dé bleu donne le chiffre des dizaines et le chiffre inscrit sur la face supérieure du dé rouge donne le chiffre des unités.

   a. Faire un tableau à double entrée donnant tous les tirages possibles.

   b. Calculer la probabilité de l'événement A : "Obtenir le nombre 11".

   c. Calculer la probabilité de l'événement B : "Obtenir un nombre dont le chiffre des dizaines est 3."

   d. Calculer la probabilité de l'événement C : "Obtenir un nombre pair".

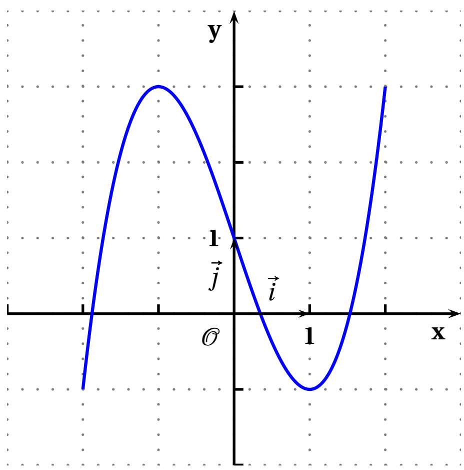
   e. Calculer la probabilité de l'événement D : "Obtenir un nombre supérieur ou égal à 42".

Pour voir le corrigé de l'exercice 1. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 1

Exercice 2 (12 points)

Partie A : exploitation d'un graphique

Le plan est muni d'un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ orthonormal d'unité graphique 1 cm. On donne la courbe représentative C_f d'une fonction f définie sur $[-2;2]$.



1. Résoudre graphiquement sur l'intervalle, l'équation : $f(x) = -1$. On tracera les pointillés utiles.
2. Déterminer graphiquement le nombre de solutions sur l'intervalle de l'équation : $f(x) = 0$. Justifier la réponse.
3. Etablir le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle.

Partie B : étude d'une fonction

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = x^3 - 3x + 1$$

et sa courbe représentative dans un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ orthonormal d'unité graphique 1 cm.

1. Etudier $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.
2. Déterminer la dérivée g' de la fonction g et étudier son signe. Etablir le tableau de variations de la fonction g.
3. Tracer la courbe C_g.
4. Déterminer une équation de la tangente **T** à la courbe C_g au point d'abscisse 0 et tracer cette tangente.
5. Tracer la droite **D** d'équation : $y = x + 1$ et résoudre graphiquement l'équation : $g(x) \geqslant x + 1$.

Pour voir le corrigé de l'exercice 2. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 2

Corrigé Btn 1994

Exercice 1

1. **a.** $P(\{2\}) = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.

   b. $P(\{\text{n impair}\}) = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$.

2. **a.** On obtient le tableau :

2ème dé \ 1er dé	1	2	3	4	5	6
1	11	21	31	41	51	61
1	11	21	31	41	51	61
1	11	21	31	41	51	61
2	12	22	32	42	52	62
2	12	22	32	42	52	62
3	13	23	33	43	53	63

Il y a 36 tirages possibles. On obtient par lecture du tableau les probabilités demandées ci-dessous.

   b. $P(A) = \dfrac{3}{36} = \dfrac{1}{12}$.

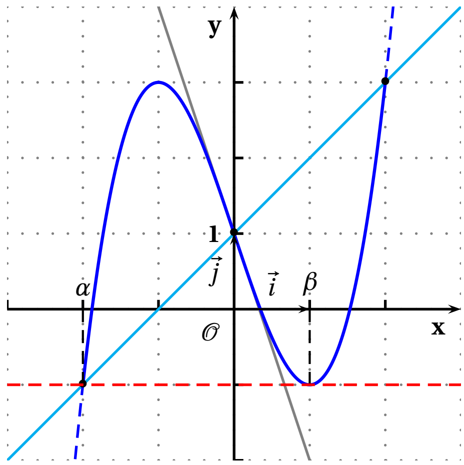
   c. $P(B) = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$.

   d. $P(C) = \dfrac{12}{36} = \dfrac{1}{3}$.

   e. $P(D) = \dfrac{15}{36} = \dfrac{5}{12}$.

Exercice 2

Partie A : exploitation d'un graphique



1. $f(x) = -1$ a pour solutions : $\alpha = -2$ et $\beta = 1$ (voir graphique).
2. Il y a 3 intersections de la courbe avec l'axe $(x'x)$, donc 3 solutions.
3.

x	-2		-1		1		2
$f(x)$	-1	↗	3	↘	-1	↗	3

Partie B : étude d'une fonction

1. $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$ car la limite d'une fonction polynôme en $+\infty$ ou $-\infty$ est celle de son terme de plus haut degré ici x^3.
2. $g'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1)$. On a le tableau de variations :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

3. C_g est évidemment la courbe de la partie A mais tracée sur $\mathbb{R}$.
4. **T** a pour équation :

$$y = g'(0)x + g(0)$$

$$y = -3x + 1$$

5. On observe facilement que : $g(x) \geqslant x + 1$ sur $[-2\,;0]$ et $[2\,;+\infty[$.

Btn 1995

Exercice 1 (8 points)

Un sac contient 5 jetons :

- Un jeton bleu valant 3 points,
- deux jetons rouges valant chacun 2 points,
- deux jetons verts valant chacun 1 point.

1) On tire un jeton au hasard, quelle est la probabilité de tirer un jeton rouge ?
2) On tire un jeton au hasard, quelle est la probabilité d'obtenir au moins deux points ?
3) On tire un jeton, puis un deuxième sans remettre le premier jeton dans le sac.

   a. Faire un tableau indiquant tous les tirages possibles et faisant apparaître les couleurs obtenues et la somme des points obtenue.

   b. Calculer la probabilité de l'événement A : "Tirer deux jetons de couleurs différentes".

   c. Calculer la probabilité de l'événement B : "Obtenir 4 points".

   d. Calculer la probabilité de l'événement C : "Obtenir 4 points avec deux jetons de couleurs différentes".

   e. Calculer la probabilité de l'événement D : "Obtenir au moins 4 points".

Pour voir le corrigé de l'exercice 1. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 1

Exercice 2 (12 points)

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $\mathbf{I} = [1 ; 6]$ par :

$$f(x) = \frac{x^2}{4} - 1 - 2\ln x$$

et sa courbe représentative C_f dans le plan rapporté à un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

1. Déterminer la dérivée f' de la fonction f et vérifier que sur l'intervalle **I** on a :

$$f'(x) = \frac{x^2 - 4}{2x}$$

2. Etudier sur **I** le signe de $f'(x)$ et établir le tableau de variations de la fonction f.

3. Tracer la courbe C_f sur **I**.

4. Soit g la fonction définie sur **I** par :

$$g(x) = x\ln x - x$$

   a. Déterminer la fonction g' dérivée de la fonction g.

   b. En déduire la primitive F de la fonction f telle que : $F(1) = 0$.

Pour voir le corrigé de l'exercice 2. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 2

Corrigé Btn 1995

Exercice 1

1. $P(R) = \dfrac{2}{5} = 0,4.$
2. Si on note p cette probabilité, $p = \dfrac{3}{5} = 0,6.$
3. **a.** On peut construire le tableau :

1er tirage / 2ème tirage	B_3	R_2	R_2	V_1	V_1
B_3		RB_5	RB_5	VB_4	VB_4
R_2	BR_5		RR_4	VR_3	VR_3
R_2	BR_5	RR_4		VR_3	VR_3
V_1	BV_4	RV_3	RV_3		VV_2
V_1	BV_4	RV_3	RV_3	VV_2	

Il y a 20 tirages posibles.

b. $P(A) = \dfrac{16}{20} = 0,8.$

c. $P(B) = \dfrac{6}{20} = 0,3.$

d. $P(C) = \dfrac{4}{20} = 0,2.$

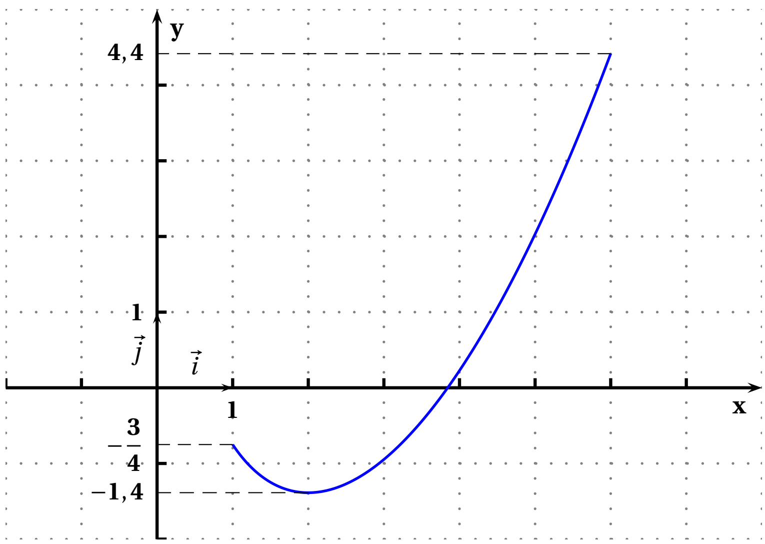
e. $P(D) = \dfrac{10}{20} = 0,5.$

Exercice 2

1. On a : $f'(x) = \frac{2x}{4} - 2 \times \frac{1}{x} = \frac{x}{2} - \frac{2}{x} = \frac{x^2 - 4}{2x}$
2. $$f'(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{2x}$$
   Cette expression est du signe de $(x-2)$ sur l'intervalle **I**. $(x+2)$ et $2x$ sont strictement positifs pour tout réel $x \in \mathbf{I}$.
   On obtient donc le tableau :

x	1		2		6
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\frac{3}{4} = -0,75$	↘	$-2\ln 2 \approx -1,4$	↗	$8 - 2\ln 6 \approx 4,4$

3. On obtient la courbe C_f :



4. **a.** $g'(x) = \ln x + x \times \frac{1}{x} - 1 = \ln x$. On remarque que g est une primitive de la fonction ln.

   b. Les primitives de la fonction f s'écrivent donc :
   $$F(x) = \frac{1}{3} \times \frac{x^3}{4} - x - 2(x\ln x - x) + k = \frac{1}{12}x^3 + x - 2x\ln x + k,$$
   d'après la question précédente.
   En utilisant $F(1) = 0$, on obtient : $F(1) = \frac{1}{12} + 1 + k = 0$. Soit : $k = -\frac{13}{12}$. Et la primitive demandée s'écrit :
   $$\boxed{F(x) = \frac{1}{12}x^3 + x - 2x\ln x - \frac{13}{12}}$$

Btn 1996

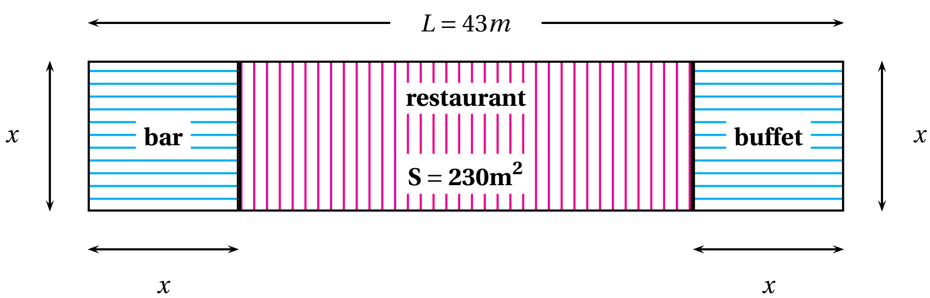
Exercice 1 (8 points)

Equation

Résoudre l'équation d'inconnue réelle x : $\boxed{-2x^2+43x-230=0}$ On donnera les détails de la résolution.

Application

Le plan d'une salle de restaurant est donné ci-dessous. Les dimensions sont en m et la partie centrale, réservée aux tables a une aire de $230m^2$.



1. A l'aide du plan, déterminer une équation du second degré que doit vérifier la dimension x.
2. En déduire les largeurs possibles de la salle.
3. Quelle largeur doit-on choisir si on veut que l'aire réservée aux tables occupe plus de 50 % de l'aire totale ?

Pour voir le corrigé de l'exercice 1. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 1

Exercice 2 (12 points)

Enoncé actualisé en €

Partie A

Un restaurateur a effectué des placements afin de financer des travaux dans son restaurant. Le tableau suivant présente les sommes disponibles (capitaux et intérêts) au 31 décembre de chaque année :

années	rangs x_i	sommes en € C_i
1998	1	4900
1999	2	6000
2000	3	9900
2001	4	12100
2002	5	22000
2003	6	40100

1. Construire dans un repère les six points de coordonnées $(x_i ; C_i)$. Un ajustement affine du nuage obtenu est-il indiqué ?
2. Calculer pour chacune des six années le logarithme népérien de la somme disponible, arrondi au dixième : on posera $y_i = \ln C_i$.
3. Représenter dans un autre repère le nuage des six points de coordonnées $(x_i ; y_i)$. Réaliser un ajustement affine de ce nuage par la méthode des points moyens : placer les points moyens, tracer la droite d'ajustement et déterminer son équation.
4. On admet que l'équation trouvée permet de faire des prévisions et on se place en 2005. Quel est le montant de la somme disponible que le restaurateur peut espérer en 2005 ? Donner la réponse à 100 € près.

Partie B

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,8]$ par :

$$f(x) = e^{0,4x+8}$$

1. Déterminer la fonction f' dérivée de f. Etudier les variations de f sur l'intervalle.
2. Représenter graphiquement f dans le repère de la premère question de la partie **A**. Que dire de l'ajustement obtenu par la courbe représentative de f ?

Pour voir le corrigé de l'exercice 2. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 2

Corrigé Btn 1996

Exercice 1

Equation

On calcule $\Delta = 43^2 - 4 \times (-2) \times (-230) = 9$ l'équation a deux solutions : $x_1 = \dfrac{-43-3}{-4} = \dfrac{23}{2} = 11,5$
et $x_2 = \dfrac{-43+3}{-4} = \dfrac{-40}{-4} = 10$ soit $S = \{11,5 ; 10\}$

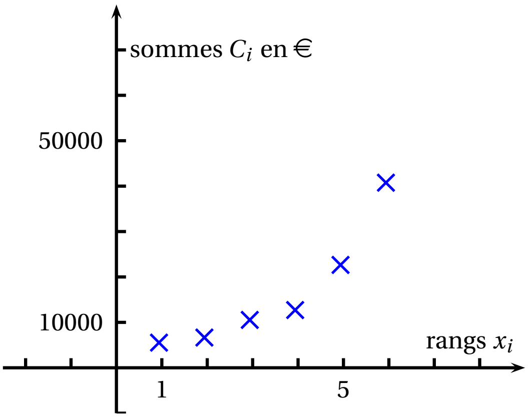
Application

1. Le plan montre que x vérifie : $43x = 2x^2 + 230$ ce qui s'écrit : $-2x^2 + 43x - 230 = 0$
2. D'après la première question, les largeurs possibles de la salle sont : 10 m et 11,5 m
3. L'aire totale est : $43x$. On veut donc que : $\dfrac{43x}{2} \leqslant 230$ soit encore : $x \leqslant \dfrac{460}{43}$ ou : $x \leqslant (\approx 10,7)$
   Seule la largeur 10 m convient.

Exercice 2

Partie A

1.



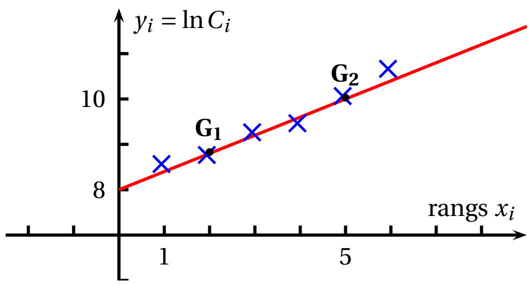
2. On obtient les $y_i = \ln C_i$ dans le tableau :

x_i	y_i
1	8,5
2	8,7
3	9,2
4	9,4
5	10
6	10,6

3. La méthode proposée donne : $G_1(2;8,8)$ et $G_2(5;10)$. La droite d'ajustement (G_1G_2) a pour équation :

$$y = 0,4x + 8$$

On obtient graphiquement :



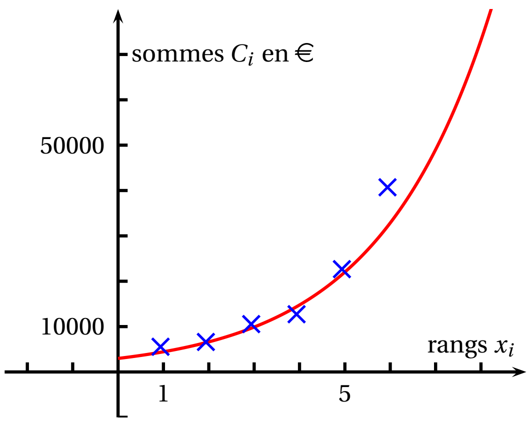
4. En 2005 le rang de l'année est $x = 8$. D'où l'estimation : $\hat{y} = 0,4 \times 8 + 8 = 11,2$.
On cherche ensuite le capital $\hat{C}$ tel que : $\ln \hat{C} = 11,2$ soit $\boxed{\hat{C} = e^{11,2} \approx 73100 \text{ €}.}$

Partie B

1. On a : $f'(x) = 0,4 \times e^{0,4x+8}$. Cette expression est strictement positive sur l'intervalle, d'où :

x	0	8
$f'(x)$	+	
$f(x)$	≈ 3000 ↗	≈ 73100

2. On représente la fonction f dans le même repère qu'à la première question de la **Partie A**.



L'ajustement par la courbe est de bonne qualité.

Btn 1997

Exercice 1 (10 points)

1. **a.** Dans un repère orthonormé où 1 cm représente 50 unités, construire (on se limitera aux points d'abscisses positives) les droites D_1 , D_2 et D_3 d'équations respectives :

$$x+y=500$$

$$x+2y=750$$

$$x+1,5y=600$$

   b. Déterminer par un calcul les coordonnées du point d'intersection I des droites D_1 et D_3.

2. Un service de restauration rapide propose deux types de sandwiches au fromage :
   - le **mini** composé de : 1 pain rond, 40 g de steak hache et 1 tranche de fromage de 20 g,
   - le **maxi** composé de 1 pain rond, 60 g de steak haché et 2 tranches de fromage de 20 g chacune.

   On note x le nombre de mini sandwiches et y celui de maxi sandwiches vendus par jour.

   a. Exprimer à l'aide d'inégalités la contrainte suivante :
   on dispose chaque jour au maximum de 500 pains, de 24 kg de steak et de 15 kg de fromage.

   b. Déterminer graphiquement l'ensemble des points vérifiant ces inégalités. Justifier la démarche.

   c. Peut-on vendre chaque jour :
   - 350 mini sandwiches et 125 maxi ?
   - 300 mini sandwiches et 200 maxi ?
   - 250 mini sandwiches et 250 maxi ?

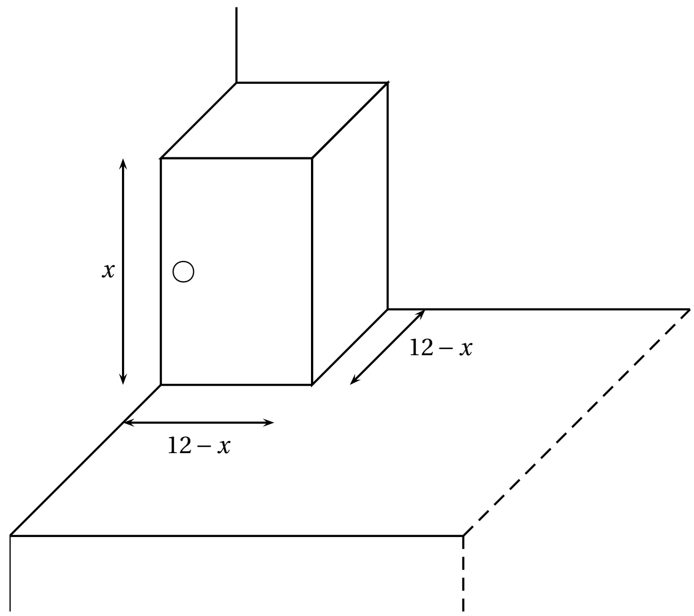
   d. On réalise un bénéfice de 6 F sur un mini sandwich et de 8 F sur la vente d'un maxi. Exprimer en fonction de x et de y le bénéfice total réalisé par jour $B(x, y)$.

   e. Représenter les droites correspondant respectivement à un bénéfice de : 2 400 F ; 3 400 F ; 3 600 F.
   En déduire en justifiant le nombre de mini sandwiches et de maxi sandwiches à vendre par jour pour obtenir un bénéfice maximal que l'on calculera.

Pour voir le corrigé de l'exercice 1. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 1

Exercice 2 (10 points)

On veut réaliser dans l'angle d'un plan de travail un rangement ayant la forme d'un parallélépipède droit selon le plan ci-dessous où les longueurs sont en dm.



1. Justifier que l'expression du volume du rangement est :

$$f(x) = x^3 - 24x^2 + 144x$$

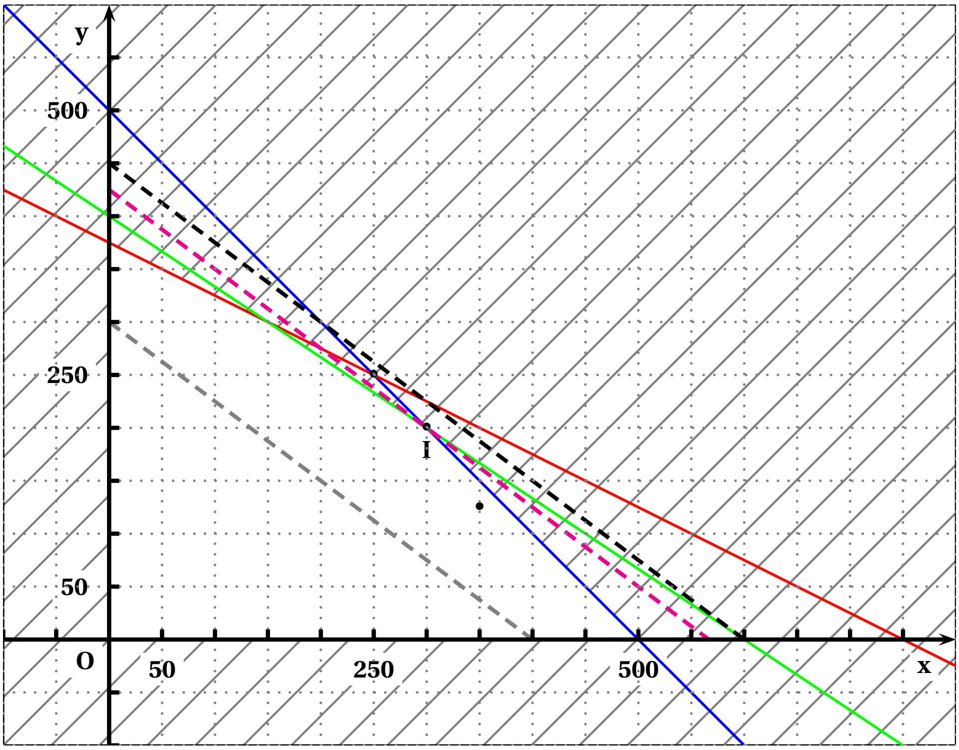
   Quel est l'intervalle dans lequel on doit prendre les valeurs de x ?
2. Etudier la fonction f définie par $f(x) = x^3 - 24x^2 + 144x$ sur l'intervalle $[0\,;\,12]$. On étudiera la dérivée, les variations et on donnera une table numérique.
3. Tracer la courbe représentative C_f
4. Quelle est la tangente au point **A** d'abscisse $x_0 = 8$? Tracer cette tangente en indiquant les points utilisés.
5. A l'aide de l'étude de f, déterminer en cm la valeur de x pour laquelle le rangement a un volume maximal. Quel est ce volume maximal en cm^3 ?
6. En traçant les pointillés utiles, indiquer pour quelles valeurs de x le rangement a un volume de 180 dm^3. Donner les lectures graphiques à 10^{-1} près.

Pour voir le corrigé de l'exercice 2. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 2

Corrigé Btn 1997

Exercice 1

1. **a.** Représentation graphique de l'exercice :



2. On résoud :

$$(S) \quad \begin{cases} x + y = 500 & (L_1) \\ x + 1,5y = 600 & (L_2) \end{cases}$$

Par soustraction $L_2 - L_1$ on obtient presque directement la solution : $S = \{(\ 300\ ;\ 200\ )\}$.

3. **a.** On obtient :

$$(S) \quad \begin{cases} x + y \leqslant 500 \\ 40x + 60y \leqslant 24000 \\ 20x + 40y \leqslant 15000 \end{cases}$$

On simplifie :

$$(S) \quad \begin{cases} x + y \leqslant 500 \\ x + 1,5y \leqslant 600 \\ x + 2y \leqslant 750 \end{cases}$$

b. La démarche du cours conduit à hachurer "au dessus des droites".

c. On place les points $(350, 125)$; $(300, 200)$ et $(250, 250)$. Les réponses sont donc : oui, oui et non.

d. $B(x, y) = 6x + 8y$

e. La droite $6x + 8y = 2400$ passe par :$(0; 300)$ et $(400; 0)$.
La droite $6x + 8y = 3400$ passe par $(300; 200)$ et $(0; 425)$.
La droite $6x + 8y = 3600$ passe par $(600, 0)$ et $(200; 300)$.
Ces trois droites sont parallèles. Un bénéfice de 2400 F est possible et un bénéfice de 3400 F aussi (au point I). Un bénéfice de 3600 F ne l'est pas (dans la zone hachurée). Le graphique montre que le maximum est obtenu au point I, soit $x = 300$ et $y = 200$ pour un bénéfice maximal de 3400 F.

Exercice 2

1. Le volume du rangement est : $(12-x)\times(12-x)\times x = x(12-x)^2 = x(144-24x+x^2) = x^3-24x^2+144x$ c'est bien l'expression $f(x)$.
2. • $f'(x) = 3x^2-48x+144 = 3(x^2-16x-48)$; le trinôme $(x^2-16x+48)$ a deux racines : $\Delta = 64$ et $x_1 = 4$; $x_2 = 12$.

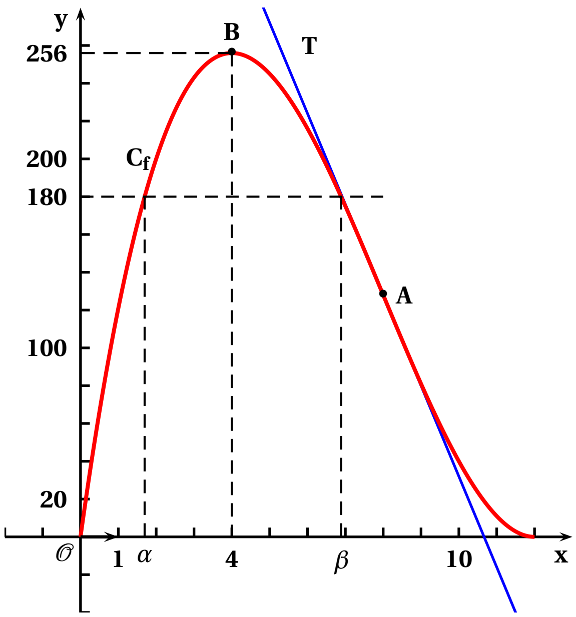
   • Il se factorise : $3(x^2-16x-48) = 3(x-4)(x-12)$.
   On peut utiliser les résultats du **Chapitre 4.** ou construire le tableau de signes du produit : $(x-4)(x-12)$.

   On obtient le tableau de variations suivant et la table numérique sur $[0;12]$:

x	0		4		12
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	0	↗	256 max	↘	0

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$f(x)$	0	121	200	243	256	245	216	175	128	81	40	11	0

3. Courbe et tangente :



Equation de la tangente au point **A** d'abscisse 8 :

$$y = f'(8)\times(x-8)+f(8)$$

avec : $f'(8) = -48$ et $f(8) = 128$ ce qui donne :

$$\boxed{y = -48x+512}$$

T est tracée avec $(8;128)$ et $(10;32)$.

4. L'étude des variations de f montre que f présente sur l'intervalle un maximum pour $x = 4$ soit $f(4) = 256$. **En cm** : une valeur de 40 cm soit un volume : $V = 256000$ cm^3. Ce qui s'obtient aussi par : $V = 40\times80\times80 = 256000$ cm^3.
5. Les pointillés tracés montrent que les valeurs de la variable x donnant un volume de 180 dm^3 sont : $\alpha \approx 1,7$ dm et $\beta \approx 6,9$ dm.

Btn 1998

Exercice 1 (8 points)

1. Un menu proposé par un restaurant comporte une entrée, un plat et un dessert. Les clients ont le choix entre deux entrées, trois plats et deux desserts. Combien de menus différents peut-on constituer ?

2. Les clients peuvent, s'ils le désirent, prendre seulement un plat et un dessert notés P_1, P_2, P_3, D_1 et D_2.

a. On a constaté que :

- 30 % des clients ont choisi P_2,
- 40 % des clients ont choisi D_2 et parmi eux, 25 % ont choisi P_2.

Recopier et compléter :

	D_1	D_2	Total
P_1	14		20
P_2			
P_3			
Total			100

b. On considère au hasard un client. Déterminer les probabilités des événements suivants :
A : le client a choisi P_2 ;
B : le client a choisi D_1 ;
C : le client a choisi P_3 et D_1 ;
D : le client a choisi P_1 ou P_2 ;
E : le client a choisi P_3 ou D_2.

c. Définir par une phrase les événements : $A \cup B$, $A \cap B$, $\overline{A}$ et $\overline{A \cup B}$ puis déterminer la probabilité de chacun de ces événements.

d. On considère au hasard un client qui a choisi P_2. Quelle est la probabilité de l'événement F : le client a choisi D_2 ?

Pour voir le corrigé de l'exercice 1. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 1

Exercice 2 (12 points)

1. Soit f la fonction définie sur $]\,0\,;\,+\infty\,[$ par :

$$f(x) = x - 100 + \frac{6400}{x}$$

a. Calculer la limite de la fonction f en $+\infty$ puis sa limite en 0.

b. Calculer la dérivée f' de f et montrer qu'elle peut s'écrire :

$$f'(x) = \frac{x^2 - 6400}{x^2}$$

c. Etudier sur $]\,0\,;\,+\infty\,[$ le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau des variations de f.

d. Montrer que sur $]\,0\,;\,+\infty\,[$, la fonction F définie par $F(x) = \frac{x^2}{2} - 100x + 6400\ln x$ est une primitive de la fonction f.

e. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal pour $x \in [\,40\,;\,160\,]$. On prendra 1 cm pour 10 unités sur les deux axes.

2. Le coût, exprimé en F, de x repas préparés, par service, dans un restaurant peut s'écrire pour $x \in [\,40\,;\,160\,]$:

$$C(x) = x^2 - 100x + 6400$$

a. Recopier et compléter le tableau :

Nombre de repas	40	50	100
Coût de x repas			
Coût moyen d'un repas			

b. Ecrire le coût moyen d'un repas en fonction du nombre x de repas préparés. On notera ce coût moyen unitaire $C_m(x)$.

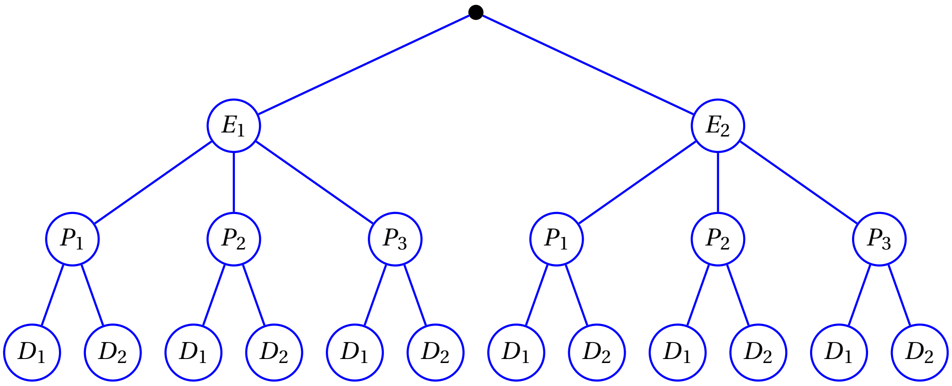
c. Déduire de la première question le nombre de repas que ce restaurant doit servir pour que le coût moyen d'un repas soit minimal.

d. Trouver, à l'aide du graphique, à quel intervalle doit appartenir x pour que le coût moyen unitaire soit inférieur ou égal à 90 F. Mettre la répose en évidence sur le graphique à l'aide de pointillés.

Pour voir le corrigé de l'exercice 2. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 2

Corrigé Btn 1998

Exercice 1



1. L'arbre ci-dessus montre qu'il y a $2 \times 3 \times 2 = 12$ menus différents possibles.
2. On obtient :

	D_1	D_2	Total
P_1	14	6	20
P_2	20	10	30
P_3	26	24	50
Total	60	40	100

3. $\text{P(A)} = \dfrac{30}{100} = 0,3$; $\text{P(B)} = \dfrac{60}{100} = 0,6$; $\text{P(C)} = \dfrac{26}{100} = 0,26$; $\text{P(D)} = \dfrac{50}{100} = 0,5$; $\text{P(E)} = \dfrac{66}{100} = 0,66$.
4. Voir les définitions du cours : $\text{P(A}\cup\text{B)} = \dfrac{70}{100} = 0,7$; $\text{P(A}\cap\text{B)} = \dfrac{20}{100} = 0,2$; $\text{P}(\overline{\text{A}}) = 1 - 0,3 = 0,7$;
$\text{P}(\overline{\text{A} \cup \text{B}}) = 1 - 0,7 = 0,3$.
5. $\text{P(F)} = \dfrac{10}{30} = \dfrac{1}{3}$.

Exercice 2

1. **a.** $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$; en effet : $\lim\limits_{x \to +\infty} (x - 100) = +\infty$ et : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{6400}{x} = 0$.

$\lim\limits_{x \to 0} f(x) = +\infty$; en effet : $\lim\limits_{x \to +0} (x - 100) = 0$ et : $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{6400}{x} = +\infty$.

b.

$$f'(x) = 1 - \frac{6400}{x^2} = \frac{x^2}{x^2} - \frac{6400}{x^2} = \frac{x^2 - 6400}{x^2}$$

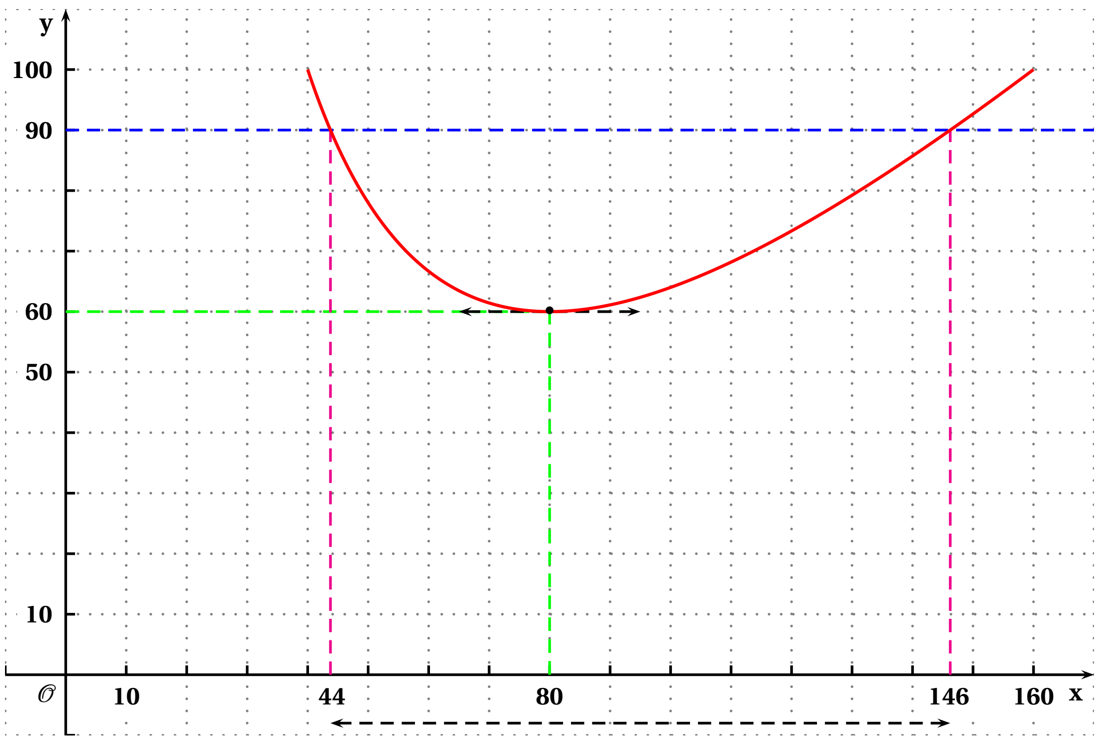
c. On obtient donc le tableau :

x	0		80		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	60	↗	$+\infty$

d.

$$F'(x) = x - 100 + 6400 \times \frac{1}{x} = x - 100 + \frac{6400}{x} = f(x)$$

e. Représentation graphique :



2. **a.** On obtient aisément :

Nombre de repas	40	50	100
Coût de x repas	4000	3900	6400
Coût moyen d'un repas	100	78	80

b.

$$C_m(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{x^2 - 100x + 6400}{x} = x - 100 + \frac{6400}{x} = f(x)$$

c. En utilisant la courbe ou le tableau de variations, on observe que le coût moyen est minimal pour **80 repas** servis et vaut : $C_m(80) = f(80) = 60$ F.

d. On trace la droite $y = 90$ (voir graphique) et les pointillés montrent que l'intervalle de rentabilité est environ : $[\,44\,;\,146\,]$.

Btn 1999

Exercice 1 (9 points)

Une enquête d'un service commercial a permis de connaître l'évolution de la demande de déjeuners en fonction du prix proposé dans un restaurant :

N° de la donnée	Prix proposé p_i	Demande hebdomadaire d_i
1	70	520
2	90	433
3	110	325
4	130	169
5	150	110
6	170	45

1. Représenter graphiquement cette distribution dans un repère orthogonal.
2. Peut-on envisager un ajustement affine ?
3. On utilise la méthode des points moyens :
   a. Calculer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2. Tracer la droite (G_1G_2).
   b. Déterminer une équation de cette droite.
4. On suppose désormais que la demande d en fonction du prix p est définie par $d(p) = -5,3\ p\ +\ 903$ pour p compris entre 70 et 170.
   a. Déterminer la recette $R(p)$ en fonction de p.
   b. Déterminer le prix du repas (arrondi à l'unité) qui donne la recette maximum. Pour cela on pourra chercher quelle valeur de p annule la dérivée R' de la fonction recette R.

Pour voir le corrigé de l'exercice 1. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 1

Exercice 2 (11 points)

Partie A

Le gérant du restaurant fixe finalement le prix du repas à 85 F. La recette hebdomadaire est alors en centaines de F : $R(n) = 0,85\ n$ où n est le nombre de clients par semaine.

Il prévoit que son coût de production hebdomadaire exprimé en centaines de F, est fonction du nombre n de clients et est donné par :

$$C(n) = 40 + 7\ln(n+1)$$

1. Montrer que la fonction C définie par $C(x) = 40 + 7\ln(x+1)$ est croissante sur $[\,0\,;\ 150\,]$.
2. Représenter graphiquement la fonction C dans un repère orthogonal. Unités graphiques : 1 cm pour 10 unités sur chaque axe.
3. Tracer dans le même graphique la droite d'équation $y = 0,85\ x$.
4. Déterminer à l'aide du graphique le nombre de repas à partir duquel le gérant réalise un bénéfice.

Partie B

Le gérant souhaite investir pour l'achat de matériel de cuisine une somme S amortissable sur 7 ans. Les amortissements forment une suite géométrique de raison $0,8$.

1. Soit u_0 le premier amortissement. Exprimer les amortissements u_1, u_2, u_3, u_4, u_5 et u_6 en fonction de u_0.
2. Exprimer la somme S en fonction de u_0.
3. Sachant que cette somme provient d'un placement financier sur 5 ans d'un montant de 269 000 F à 6 % à intérêts composés, quelle est cette somme ?
4. Calculer alors le montant du premier amortissement u_0, puis des 6 suivants (arrondir au F près).

Remarque : le capital C_n obtenu par placement de C_0 sur n années au taux t % à intérêts composés est donné par :

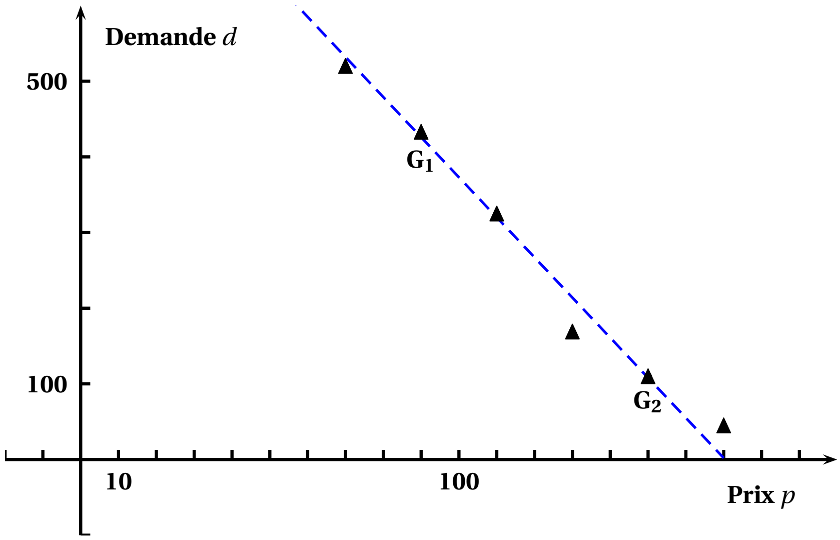
$$C_n = C_0\left(1+\frac{t}{100}\right)^n$$

Pour voir le corrigé de l'exercice 2. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 2

Corrigé Btn 1999

Exercice 1

1. Représentation graphique :



2. La forme du nuage permet d'envisager un ajustement affine.
3. **a.** G_1 (90 ; 426) et G_2 (150 ; 108).

   b.

$$d = ap + b$$
$$a = \frac{108 - 426}{150 - 90} = -5,3$$
$$d = -5,3p + b$$
$$426 = -5,3 \times 90 + b$$
$$b = 426 + 477 = 903$$
$$\boxed{d = -5,3p + 903}$$

4. $$R(p) = p \times d(p) = p(-5,3p + 903) = -5,3p^2 + 903p$$

5. R est une fonction du second degré :

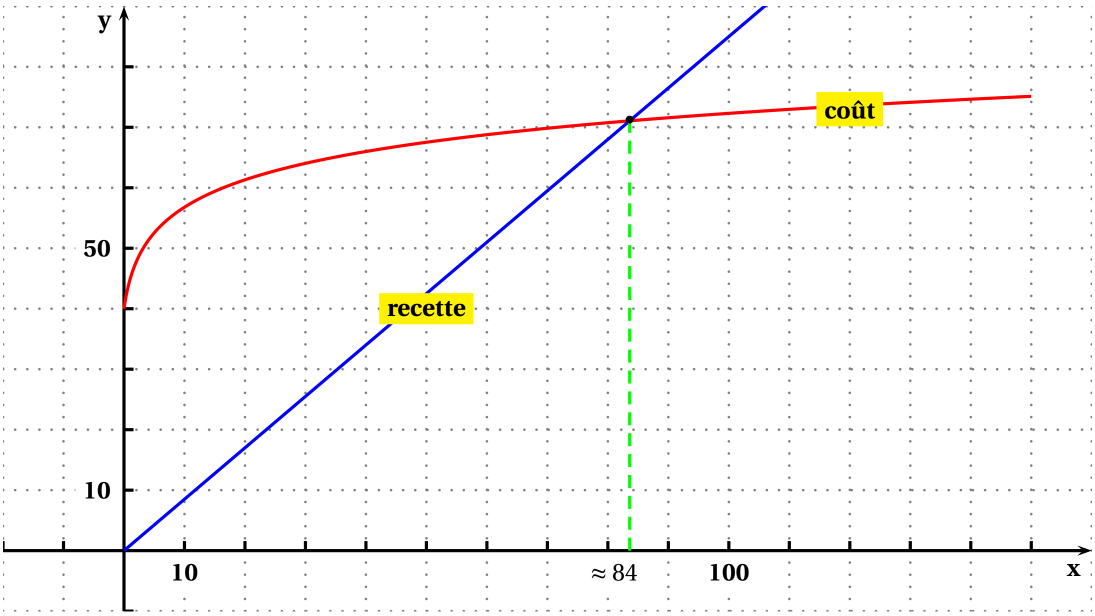
$$R'(p) = -10,6p + 903$$

La dérivée R' de R est successivement positive puis négative (à cause de $-10,6$), elle est nulle si $p = \dfrac{903}{10,6} \approx 85$.
Le prix qui donne une recette maximum est donc :85 F.

Exercice 2

Partie A

1. On calcule la dérivée : $C'(x) = 7 \times \dfrac{1}{x+1} = \dfrac{7}{x+1}$. Elle est clairement positive sur l'intervalle et C est donc croissante.
2. Représentation graphique :



3. On trace la droite $y = 0,85\,x$ avec l'origine et $(100;85)$.
4. Ce nombre n est tel que :$R(n) \geqslant C(n)$. On l'obtient graphiquement : $n \approx 84$

Partie B

Toutes les sommes sont en francs.

1. On a de façon claire : $u_1 = O,8\ u_0$; $u_2 = 0,8^2\ u_0$; $u_3 = 0,8^3\ u_0$; $u_4 = 0,8^4\ u_0$; $u_5 = 0,8^5\ u_0$ et $u_6 = 0,8^6\ u_0$.
2. $$S = u_O + u_1 + \cdots\cdots + u_6 = u_0 \times \frac{1-0,8^7}{1-0,8} \approx 3,951\ u_0$$
3. $$S = C_0 \times 1,06^5 = 269\,000 \times 1,06^5 \approx 359\,983$$
4. On en déduit que : $u_0 = \dfrac{359\,983}{3,951} \approx 91\,112$ puis les autres en multipliant successivement par $0,8$. $u_1 \approx 72\,890$; $u_2 \approx 58\,312$; $u_3 \approx 46\,649$; $u_4 \approx 37\,319$; $u_5 \approx 29\,856$ et $u_6 \approx 23\,884$.

Btn 2000

Exercice 1 (8 points)

Un hôtel dispose de 40 chambres soit avec bains soit avec douche. Toutes les chambres ne disposent pas de la télévision. La moitié des chambres avec bains ont la télévision. Les deux tiers des chambres sans télévision disposent d'une douche. Il y a un quart des chambres de cet hôtel qui disposent d'une douche mais pas d'une télévision.

1) Compléter le tableau ci-dessous :

	Avec télévision T	Sans télévision $\bar{T}$	Totaux
Avec bain B			
Avec douche D			
Totaux			40

2) Une chambre est choisie au hasard parmi les 40 chambres de l'hôtel. **Toutes les chambres ont la même probabilité d'être choisies**.
   a. On note D l'événement : "la chambre possède une douche".
   Montrer que $P(D) = 0,75$.
   b. Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :
   - T : "la chambre possède la télévision" ;
   - $D \cap T$: "la chambre possède une douche et la télévision".

3) Exprimer par une phrase claire chacun des événements suivants et en déterminer la probabilité :

$\bar{D}$; $\bar{D} \cup T$; $D \cup \bar{T}$; $\bar{D} \cap \bar{T}$.

Pour voir le corrigé de l'exercice 1. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 1

Exercice 2 (12 points)

1. **a.** Dans un repère orthonormal où 1 cm représente une unité, construire les droites :

$$D_1 : 2x + y = 10$$

$$D_2 : 4x + 3y = 50$$

$$D_3 : 2x + y = 20$$

On se limitera aux points d'abscisses et d'ordonnées positives.

b. Déterminer par un calcul les coordonnées du point d'intersection **I** de D_2 et D_3.

2. Un restaurateur veut acheter, pour sa salle de restaurant d'une surface de 100 m^2, des tables rondes et des tables carrées. Une table ronde permet de servir 8 couverts, occupe 8 m^2 et coûte 3000 F. Une table carrée permet de servir 4 couverts, occupe 6 m^2 et coûte 1500 F. Le restaurateur dispose d'un budget de 30000 F et veut servir au moins 40 couverts. On note x le nombre de tables rondes et y le nombre de tables carrées qu'il veut acheter.

a. Exprimer, à l'aide d'un système d'inégalités sur x et y, les contraintes imposées par l'énoncé.

b. Déterminer graphiquement l'ensemble $\mathcal{S}$ des points du plan dont les coordonnées (x, y) vérifient le système obtenu (on hachurera la partie du plan qui n'est pas solution).

c. On suppose que les tables sont complètement occupées. Les tables rondes laissent alors chacune un bénéfice de 400 F au restaurateur et les tables carrées chacune un bénéfice de 250 F. Exprimer en fonction de x et y le bénéfice total $B(x, y)$ en F réalisé.

3. a. Représenter les ensembles (droites) B_1 et B_2 obtenus pour un bénéfice respectivement de 3500 F et 4500 F.
   b. Peut-on avoir un bénéfice de 6000 F ?
   c. Quel est le bénéfice maximal et quels sont alors les nombres de tables que le restaurateur doit acheter (on justifiera la méthode utilisée) ?

Pour voir le corrigé de l'exercice 2. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 2

Corrigé Btn 2000

Exercice 1 (8 points)

1) Il faut bien analyser les données :

	Avec télévision T	Sans télévision $\bar{T}$	Totaux
Avec bain B	5	5	10
Avec douche D	20	10	30
Totaux	25	15	40

Il y a équiprobabilité, les probabilités sont donc obtenues en calculant le rapport :

$$\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

2)

a. $P(D) = \dfrac{30}{40} = 0,75.$

b. $P(T) = \dfrac{25}{40} = \dfrac{5}{8} = 0,625.$

$P(D \cap T) = \dfrac{20}{40} = 0,50.$

3)
- $\bar{D}$: "la chambre n'a pas de douche" et $P(\bar{D}) = \dfrac{10}{40} = 0,25.$
- $\bar{D} \cup T$: "la chambre a un bain ou la télévision"

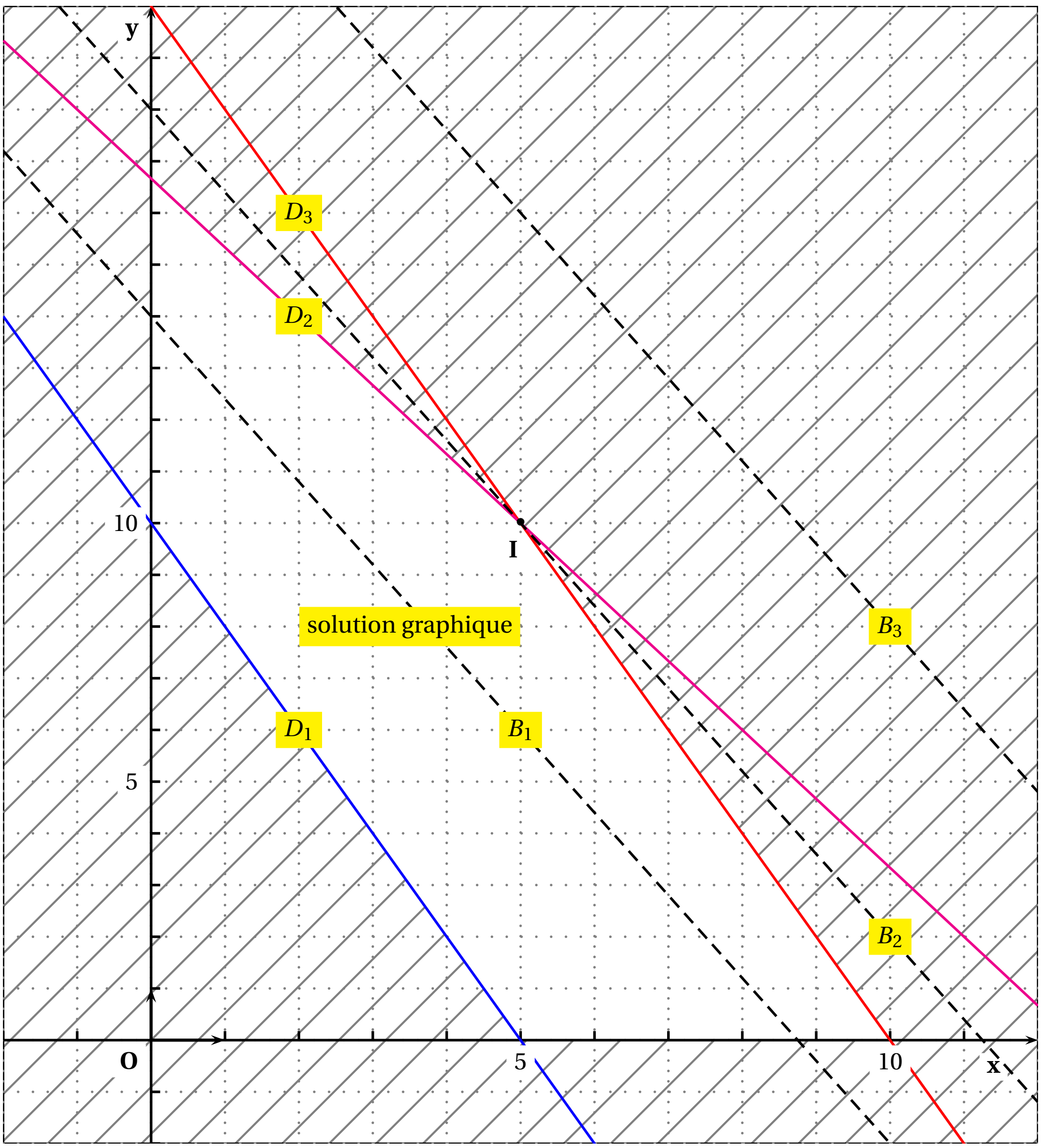
  $P(\bar{D} \cup T) = \dfrac{20+5+5}{40} = \dfrac{3}{4} = 0,75$
- $D \cup \bar{T}$: "la chambre a une douche ou n'a pas de télévision"

  $P(D \cup \bar{T}) = \dfrac{20+10+5}{40} = \dfrac{7}{8} = 0,875.$
- $\bar{D} \cap \bar{T}$: "la chambre n'a pas de douche et pas de télévision"

  $P(\bar{D} \cap \bar{T}) = \dfrac{5}{40} = \dfrac{1}{8} = 0,125.$

Exercice 2

1. a. Représentation graphique pour tout l'exercice :



b. Il faut résoudre :

$$(S)\quad \left\{\begin{array}{l} 4x+3y=50 \quad (L_1)\\ 2x+y=20 \quad (L_2)\end{array}\right.$$

Par combinaison L_1-2L_2 on obtient presque directement la solution :

$$(S)\quad \left\{\begin{array}{l} y=10\\ 2x+y=20\end{array}\right.$$

$S=\{(5\ ;\ 10)\}$.

2. a. Les contraintes de l'énoncé conduisent au système d'inéquations :

$$(S')\quad \left\{\begin{array}{l} 8x+4y\geqslant 40\\ 8x+6y\leqslant 100\\ 3000x+1500y\leqslant 30000\\ x\geqslant 0\\ y\geqslant 0\end{array}\right.$$

on peut simplifier :

$$(S') \quad \begin{cases} 2x + y \geqslant 10 \\ 4x + 3y \leqslant 50 \\ 2x + y \leqslant 20 \\ x \geqslant 0 \\ y \geqslant 0 \end{cases}$$

b. Les méthodes d'analyse des demi-plans conduisent à hachurer comme le montre la figure ci-dessus.

c. Le bénéfice en fonction de x et y est :

$$B(x, y) = 400x + 250y$$

3. **a.** $400x + 250y = 3500$ se simplifie : $8x + 5y = 70$. C'est l'équation d'une droite B_1 passant par :$(5;6)$ et $(0;14)$.
$400x + 250y = 4500$ se simplifie : $8x + 5y = 90$. C'est l'équation d'une droite B_2 passant par :$(5;10)$ et $(0;18)$.

b. Un bénéfice de 6000 F correspond à la droite B_3 : $8x + 5y = 120$. Il est impossible (voir graphique).

c. Les droites B_1 , B_2 et B_3 sont parallèles et la position maximale est celle de B_2 passant par **I** : il faut donc acheter $x = 5$ et $y = 10$ tables de chaque sorte pour un bénéfice de :$400 \times 5 + 250 \times 10 = 4500$ F.

Btn 2001

Exercice 1 (10 points)

Une culture microbienne est soumise à une température constante de 90 °C. On étudie l'évolution du nombre N de cellules microbiennes en fonction du temps t écoulé depuis le début de l'expérience. Les résultats des six premières mesures sont consignées dans le tableau où i désigne le numéro de la mesure.

i	1	2	3	4	5	6
t_i en minutes	0	5	10	15	20	25
N_i	328 000	180 000	73 000	40 000	18 000	11 000

1. On pose : $y_i = \ln N_i$.
Reproduire et compléter le tableau ci-dessous en donnant les valeurs à 10^{-1} près.

t_i en minutes	0	5	10	15	20	25
$y_i = \ln N_i$						

2. Construire dans un repère orthogonal, le nuage des points de coordonnées $(t_i\,; y_i)$. On prendra 2 cm pour 5 minutes sur l'axe des abscisses et 1 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées.
3. Déterminer les coordonnées du point moyen G_1 des trois premiers points du nuage, puis les coordonnées du point G_2 des trois derniers points du nuage. Placer ces points et tracer la droite $(G_1\,G_2)$.
4. Déterminer une équation de la droite $(G_1\,G_2)$ sous la forme $y = at + b$, les coefficients étant calculés à 10^{-2} près.
5. **a.** Quelle est l'ordonnée du point de la droite $(G_1\,G_2)$ ayant pour abscisse 40.
   b. En supposant que l'ajustement du nuage par la droite $(G_1\,G_2)$ permet de formuler des prévisions, estimer le nombre de cellules microbiennes présentes dans la culture 40 minutes après le début de l'expérience. Justifier la démarche et donner le résultat à la centaine près la plus proche.
6. Déterminer, en supposant que l'ajustement est utilisable, le temps nécessaire pour que la culture ne contienne plus de cellule microbienne : on estime que ce temps est obtenu dès que le nombre de cellules est inférieur à 100.

Pour voir le corrigé de l'exercice 1. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 1

Exercice 2 (10 points)

Etude fonctionnelle

Remarque : en 2001, sujet élaboré en 2000, les prix sont encore en Francs !

1. Etude de la fonction C pour x réel dans l'intervalle $[0\,;120]$:
Un traiteur propose des menus au prix unitaire de 80 F. Leur coût total de fabrication s'exprime en fonction du nombre x de repas fabriqués par :
$$C(x) = 0,5x^2 + 20x + 550$$
où x est assimilé à un réel tel que : $x \leqslant 120$
Calculer $C'(x)$ où C' désigne la dérivée de la fonction C.
2. Préciser le signe de $C'(x)$ pour $x \in [0, 120]$.
3. Etablir le tableau de variation de C sur l'intervalle.

4. Exprimer en fonction de x la recette résultant de la vente de x repas. On la notera $R(x)$.
5. Représentations graphiques.
   Dans un repère orthogonal d'unités graphiques 1 cm pour 10 repas sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 500 F sur l'axe des ordonnées :
   - tracer la courbe représentative de C sur l'intervalle ;
   - tracer la droite d'équation : $y = 80x$.

Etude économique, modélisation

1. Par lecture graphique, indiquer l'intervalle des valeurs de x pour lesquelles le traiteur réalise un bénéfice. Justifier l'interprétation graphique.
2. La fonction coût moyen est définie pour x strictement positif, par :

$$C_m(x) = \frac{C(x)}{x}$$

   Exprimer $C_m(x)$ en fonction de x.
   Calculer la primitive de cette fonction qui s'annule pour $x = 1$.

Pour voir le corrigé de l'exercice 2. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 2

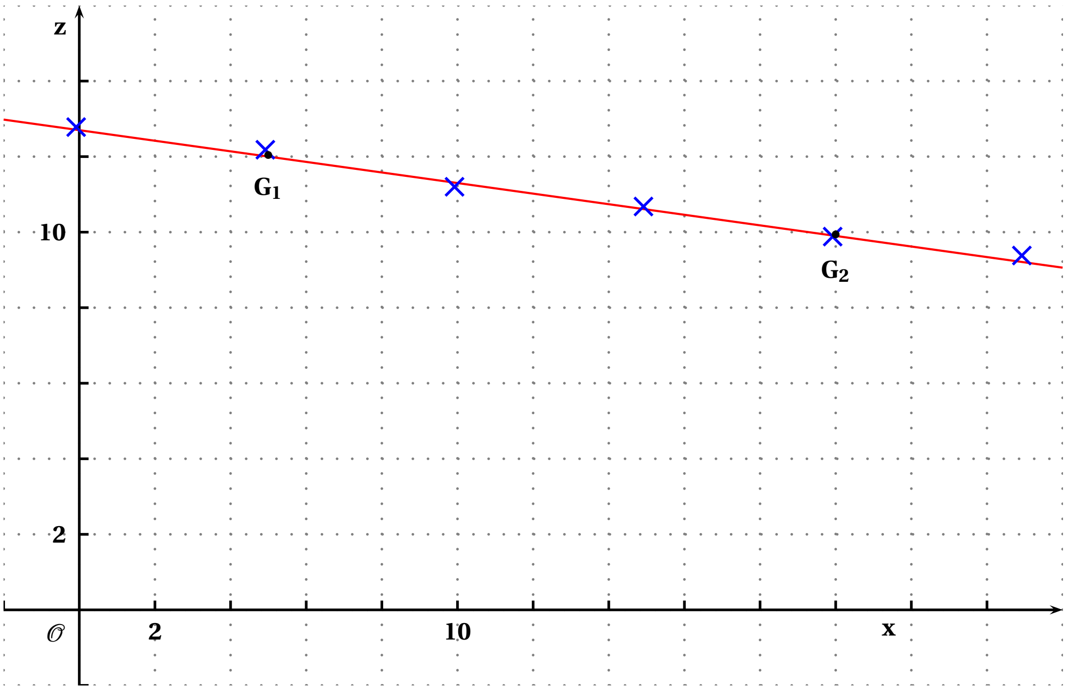
Corrigé Btn 2001

Exercice 1

1. On obtient le tableau ci-dessous en donnant les valeurs à 10^{-1} près.

t_i en minutes	0	5	10	15	20	25
$y_i = \ln N_i$	12,7	12,1	11,2	10,6	9,8	9,3

2. Nuage et droite d'ajustement :



3. On obtient facilement les points moyens. $G_1 : (5; 12)$ et $G_2 : (20; 9,9)$.

4. Une équation de la forme $y = at + b$ est obtenue en utilisant les coordonnées de G_1 et G_2 :

$$y = -0,14t + 12,7$$

5. **a.** Le point de la droite d'ajustement d'abscisse 40 est : $(40; 7,1)$.

b. D'après ce qui précède : $\hat{y} = 7,1$, ce qui entraîne : $\ln \hat{N} = 7,1$ puis : $\hat{N} = e^{7,1} \approx 1200$ cellules.

6. On a d'après l'étude : $y = -0,14t + 12,7 = \ln N$. D'où :

$$N = e^{-0,14t+12,7}$$

On veut que : $N \leqslant 100$.

$$e^{-0,14t+12,7} \leqslant 100$$

$$-0,14t + 12,7 \leqslant \ln 100$$

$$t \geqslant \frac{12,7 - \ln 100}{0,14}$$

finalement : $t \geqslant 57,8..$, soit environ après une heure.

Exercice 2

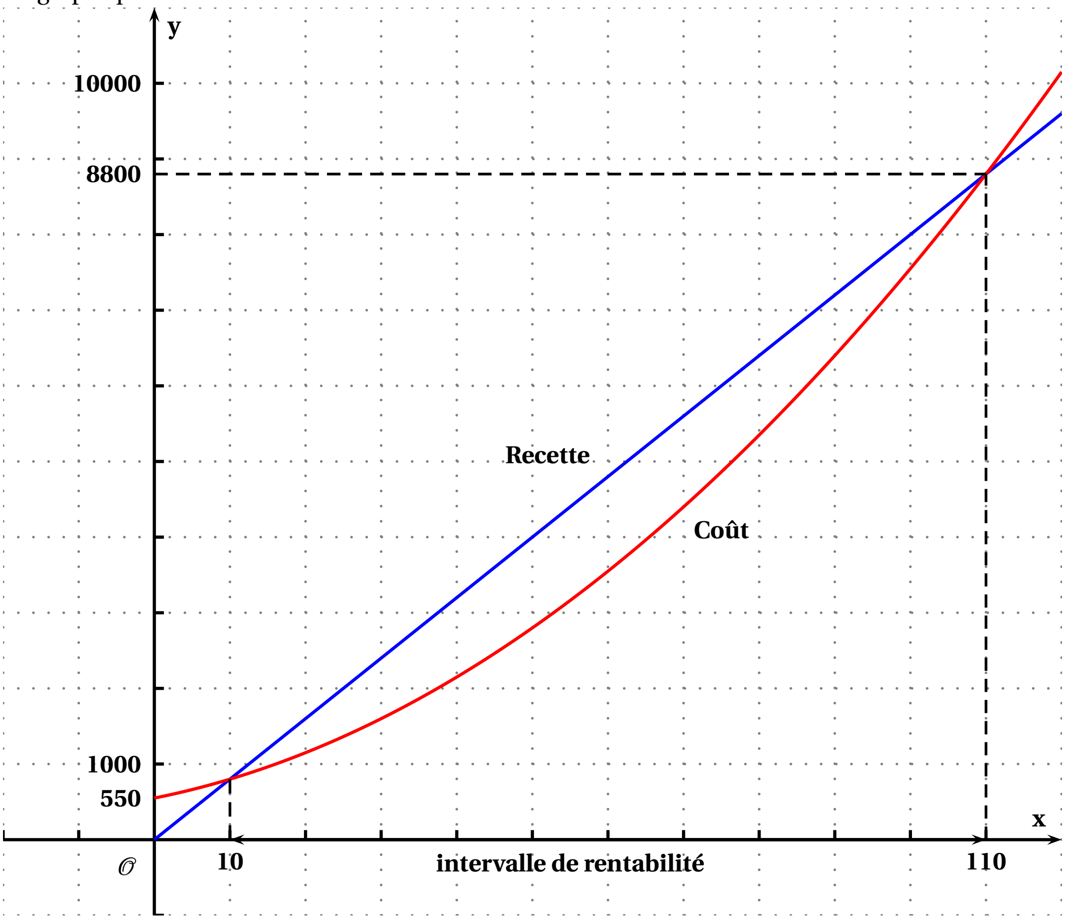
- Etude de C sur $[0 ; 120]$

  1. $C'(x) = x + 20$
  2. $C'(x)$ est un binôme du premier degré qui est positif dès que $x \geqslant -20$ donc positif strictement sur l'intervalle d'étude.
  3. On obtient donc le tableau de variation de C :

x	0		120
$C'(x)$		+	
$C(x)$	550	$\nearrow$	10150

  4. La recette de x repas est : $R(x) = 80x$.

- Représentation graphique



- Modèle économique

  1. Un bénéfice est réalisé si $R(x) \geqslant C(x)$ soit graphiquement (pointillés) pour $x \in [10 ; 110]$
  2. $C_m(x) = \dfrac{0,5x^2 + 20x + 550}{x} = 0,5x + 20 + \dfrac{550}{x}$
  3. Les primitives de $C_m(x)$ s'écrivent pour $x > 0$: $F(x) = \dfrac{1}{4}x^2 + 20x + 550 \ln x + k$

     et $F(1) = \dfrac{1}{4} + 20 + 550 \ln 1 + k = \dfrac{81}{4} + k$ soit $k + \dfrac{81}{4} = 0$ donc $k = -\dfrac{81}{4}$

Btn 2002

Exercice 1 (9 points)

La responsable du tourisme d'une station balnéaire fait le bilan de la fréquentation touristique de 1994 à 2001 :

Année	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de touristes y_i en milliers	24,4	26,3	27,8	29,5	30,7	32,8	34,4	35,7

1. Représenter le nuage de points (x_i, y_i) dans un repère orthogonal du plan.
2. Calculer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 des deux sous-nuages.
3. Placer ces points et tracer la droite d'ajustement du nuage (G_1G_2).
4. Determiner une équation de cette droite sous la forme $y = ax + b$
5. On suppose que l'ajustement du nuage par la droite permet de formuler des prévisions.
   Déterminer le nombre de touristes que l'on peut prévoir en 2004.
   A partir de quelle année la fréquentation touristique dépassera 45000 touristes ?

Pour voir le corrigé de l'exercice 1. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 1

Exercice 2 (11 points)

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[5000\,;\,15000]$ par :

$$f(x) = 9 + \frac{63000}{x}$$

1. Calculer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de la fonction f.
2. Etudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de la fonction f sur $[5000\,;\,15000]$.
3. Construire dans un même repère la représentation graphique C_f de la fonction f sur l'intervalle $[5000\,;\,15000]$ et la droite **D** d'équation : $y = 16$. On prendra les unités graphiques suivantes : 1 cm pour 1000 sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 1 sur l'axe des ordonnées.
4. Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection de la courbe C_f avec la droite **D**. On tracera les pointillés utiles à la lecture.

Partie B

Un restaurateur propose un menu unique.

- Les charges fixes sont estimées pour une année à 63000 €.
- Le coût de préparation d'un repas est estimé à 9 €.
- Le prix du menu est de 16 €.

Dans cette partie on suppose que tous les repas préparés sont vendus. On désigne par x le nombre de repas servis en un an et on suppose que x appartient à l'intervalle $[5000\,;\,15000]$.

1. On note $g(x)$ le coût total annuel en € de ces x repas. Déterminer $g(x)$.
2. Montrer que le coût de revient d'un repas est :
$$9 + \frac{63000}{x}$$
3. A l'aide du graphique, déterminer le seuil de rentabilité du restaurant, c'est-à-dire le nombre minimum de repas qu'il faut servir annuellement pour que l'exploitation du restaurant dégage un bénéfice. Justifier.
4. **a.** Montrer que le bénéfice total annuel pour x repas s'exprime en € par :
$$B(x) = 7x - 63000$$
   b. Ecrire et résoudre l'inéquation qui permet de retrouver par le calcul le seuil de rentabilité du restaurant.

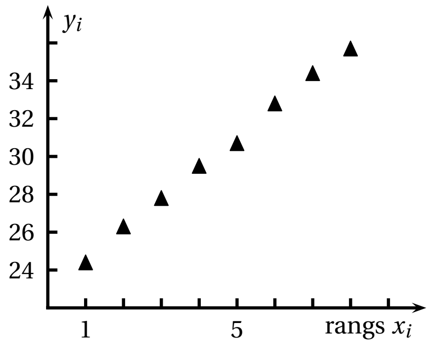
c. L'objectif du restaurateur est de réaliser un bénéfice annuel de 35000 € minimum.
Sachant que le restaurant est ouvert 300 jours dans l'année, quel nombre de repas doit-il servir, en moyenne, au minimum par jour pour atteindre cet objectif ?

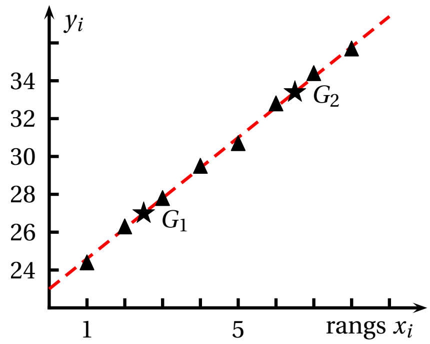
Pour voir le corrigé de l'exercice 2. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 2

Corrigé Btn 2002

Exercice 1

1. Points moyens :
$G_1(2,5;27)$ et $G_2(6,5;33,4)$ ces coordonnées sont obtenues en calculant les moyennes arithmétiques des coordonnées respectives des points de chaque sous-nuage.
La droite d'ajustement et la représentation graphique : (G_1G_2) a une équation : $y = 1,6\ x + 23$ cette équation est obtenue en utilisant la méthode classique des points moyens.
2. Estimations :
   a. En 2004, $x = 11$ et en remplaçant dans l'équation, on obtient $\hat{y} = 1,6 \times 11 + 23 = 40,6$ soit 40600 touristes. On remarque la notation $\hat{y}$ de l'estimation.
   b. $\hat{y} \geqslant 45$ soit : $1,6\hat{x} + 23 \geqslant 45$ donne après résolution : $\hat{x} \geqslant 13,75$ soit en 2007.
3. Représentation du nuage et de la droite d'ajustement :





On remarque la forme "allongée" du nuage de points, ce qui permet d'envisager l'ajustement réalisé et la corrélation de y en x.

Exercice 2

Partie A

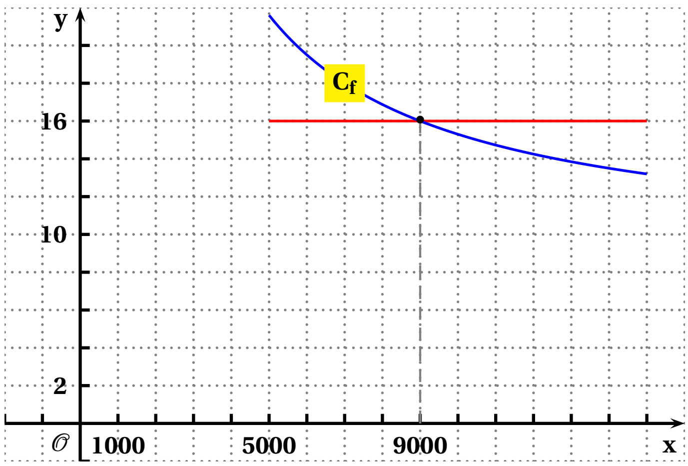
1. En utilisant : $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\left(\frac{1}{x^2}\right)$, on a :

$$f'(x) = -\frac{63000}{x^2}.$$

2. Il est clair que la dérivée est strictement négative sur l'intervalle :

x	5000	15000
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	21,6	13,2

3. Courbe représentative :



4. Une lecture graphique donne clairement : (9000; 16).

Partie B

1. Le coût total est la somme des charges fixes et des charges variables :

$$g(x) = 63000 + 9x$$

2. Le coût de revient d'un repas est : $\frac{g(x)}{x}$. Donc : $\frac{63000+9x}{x} = 9 + \frac{63000}{x} = f(x)$.
3. L'étude graphique précédente montre que le seuil de rentabilité, obtenu dès que : $f(x) \leqslant 16$, est de 9000 repas annuels.
4. **a.** $B(x) = 16x - g(x) = 16x - (63000 + 9x) = 7x - 63000$.

   b. $B(x) \geqslant 0$, soit : $7x - 63000 \geqslant 0$, ce qui donne bien : $x \geqslant 9000$.

   c. $B(x) \geqslant 35000$ s'écrit : $7x - 63000 \geqslant 35000$, soit : $7x \geqslant 98000$, finalement : $x \geqslant 14000$. Il faut donc servir par jour : $\frac{14000}{300} \approx$ 47 repas.

Btn 2003

Exercice 1 (8 points)

Les 225 élèves d'un lycée hôtelier sont répartis sur trois types de formation : le BEP, le Bac Professionnel et le Bac Technologique :

- 48 % des élèves sont des filles ;
- 54 élèves sont en BEP et 108 en Bac Technologique ;
- la moitié des élèves de BEP sont des garçons ;
- il y a autant de garçons en Bac Professionnel qu'en BEP.

1) Compléter le tableau suivant (on ne demande pas de justifier) :

	Nombre de filles	Nombre de garçons	Totaux
BEP			
Bac professionnel			
Bac technologique			
Totaux			225

2) **a.** Dans le lycée, quel est le pourcentage d'élèves inscrits en BEP ?

b. Parmi les filles, quel est le pourcentage d'élèves inscrits en BEP ?

Dans la suite, les calculs seront arrondis à 10^{-2} *près si nécessaire*

3) On choisit au hasard un élève dans ce lycée. Tous les élèves ont la même probabilité d'être choisis.

a. Calculer la probabilité des événements suivants :

- A : "l'élève choisi est une fille"
- B : "l'élève choisi est en Bac Technologique"

b. Traduire par une phrase l'événement $\bar{B}$, puis calculer sa probabilité.

c. Traduire par une phrase l'événement $A \cap B$, puis calculer sa probabilité.

d. Traduire par une phrase l'événement $A \cup B$, puis calculer sa probabilité.

4) On choisit au hasard un élève parmi ceux qui sont en Bac Technologique.
Quelle est la probabilité que ce soit une fille. On la notera : $P(A/B)$.

Pour voir le corrigé de l'exercice 1. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 1

Exercice 2 (12 points)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0;5]$ par :

$$f(x) = (100x - 500)\,e^{0,5x} + 1200$$

Partie A : étude de la fonction

1. **a.** Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.

b. Vérifier que pour tout $x \in [0;5]$ on a :

$$f'x) = (50x - 150)\,e^{0,5x}$$

2. Dresser le tableau de variations de f sur $[0;5]$.

3. Compléter le tableau suivant, dans lequel on donnera les valeurs arrondies à la dizaine la plus proche.

x	0	1	1,5	2	3	4	5
$f(x)$							

4. Construire la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f : 2 cm pour 1 unité en abscisses et 1 cm pour 100 unités en ordonnées.

Partie B : application, exploitation du graphique

On admet que $f(x)$ représente en € le coût unitaire mensuel de fabrication de x milliers d'articles produits par une entreprise. Cette entreprise peut au maximum fabriquer 5000 articles par mois. Tous les résultats seront donnés à la dizaine d'€ la plus proche.

1. Quel est le coût unitaire mensuel de fabrication de 3500 articles ?
2. Combien d'articles l'entreprise doit-elle produire tous les mois pour que le coût unitaire soit minimum ? Quel est ce coût ? Justifier.
3. A l'aide du graphique, et en faisant apparaître les constructions utiles, déterminer l'intervalle dans lequel doit se situer le nombre d'articles fabriqués mensuellement par l'entreprise pour que le coût unitaire n'excède pas 450 €.

Pour voir le corrigé de l'exercice 2. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 2

Corrigé Btn 2003

Exercice 1 (8 points)

1. **tableau**

	Nombre de filles	Nombre de garçons	TOTAL
BEP	27	27	54
Bac professionnel	36	27	63
Bac technologique	45	63	108
TOTAL	108	117	225

2. **pourcentages**

   a. le pourcentage d'élèves en BEP est : $\dfrac{54}{225} = 0,24$ soit 24%

   b. parmi les filles, le pourcentage d'élèves en BEP est : $\dfrac{27}{108} = 0,25$ soit 25%

3. **probabilités**

   a.

$$P(A) = \frac{108}{225} = 0,48$$

$$P(B) = \frac{108}{225} = 0,48$$

   b. $\bar{B}$ est l'événement :"l'élève choisi n'est pas en Bac technologique"

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,48 = 0,52$$

   c. $A \cap B$ est l'événement :"l'élève choisi est une fille et est en Bac technologique"

$$P(A \cap B) = \frac{45}{225} = 0,20$$

   d. $A \cup B$ est l'événement :"l'élève choisi est une fille ou est en Bac technologique"

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,48 + 0,48 - 0,20 = 0,76$$

4. **la probabilité** que ce soit une fille sachant que l'élève est en Bac technologique est :

$$P(A/B) = \frac{45}{108} \approx 0,42$$

Exercice 2 (12 points)

PARTIE A : Etude de la fonction f

1. **a.** La dérivée f' de la fonction f est :

$$f'(x) = 100 \times e^{0,5x} + (100x - 500) \times 0,5e^{0,5x}$$

b. On obtient après factorisation par $\left(e^{0,5x}\right)$:

$$f'(x) = (100 + 50x - 250) \times e^{0,5x}$$

$$\boxed{f'(x) = (50x - 150) \times e^{0,5x}}$$

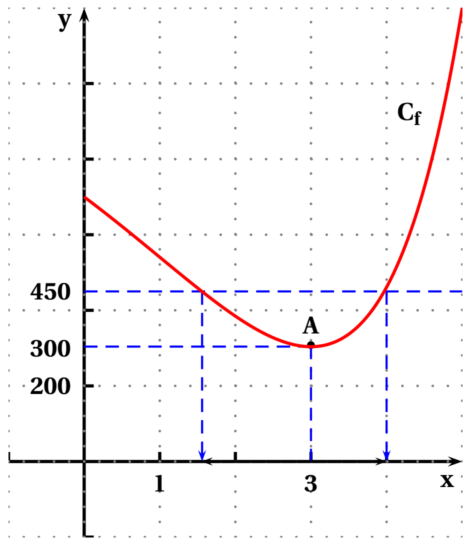
2. Le signe de $f'(x)$ sur $[0;5]$ est le signe de $(50x-150)$ car $e^{0,5x}$ est strictement positif. Or $(50x-150)$ est un binôme du premier degré, nul si $x = 3$. D'où le tableau de variations de f sur $[0;5]$:
3. Tableau de variations :

x	0		3		5
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	700	$\searrow$	300	$\nearrow$	1200

4. Tableau de valeurs :

x	0	1	1,5	2	3	4	5
f(x)	700	540	460	380	300	460	1200

5. Courbe représentative C_f :



PARTIE B : application

1. Coût unitaire : le coût unitaire mensuel de 3500 articles est : $f(3,5) \approx 340$ €.
2. Le coût unitaire minimum est obtenu pour 3000 articles et est de 300 € (voir le tableau de variations : minimum de f sur $[0;5]$ ou bien lecture de la courbe C_f au point A).
3. Les constructions sur le graphique montrent que l'intervalle est environ (lecture à 0,1 près) : $[1,6;4]$ et comme x est en milliers d'articles : $[1600;4000]$

Btn 2004

Exercice 1 (7 points)

Dans tout l'exercice, on arrondira les prix au centime d'euro.

A compter du 1^{er} janvier 2004, un restaurateur décide d'augmenter tous les ans au 1^{er} janvier les prix de sa carte de 3 %.

1. **a.** Quel est le prix, sur la carte 2004 d'un plat qui coûtait $9,50$ € en 2003 ?

   b. Quel était le prix en 2003 d'un dessert qui cûte $6,90$ € en 2004 ?

2. La carte du restaurateur proposait en 2003 une «Formule Midi» à $7,50$ €. On note P_n le prix en € de la «Formule Midi» au 1^{er} janvier de l'année $(2003+n)$. (Ainsi $P_0 = 7,50$ pour 2003 ; P_1 pour 2004, etc ...)

   a. Calculer P_1 et P_2.

   b. Exprimer P_{n+1} en fonction de P_n. Quelle est la nature de cette suite ? Quelle est sa raison ?

   c. En déduire P_n en fonction de n.

   d. Combien coûtera la «Formule Midi» en 2010 ?

   e. A partir de quelle année le prix de la «Formule Midi» dépassera-t-il 10 € ?

Pour voir le corrigé de l'exercice 1. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 1

Exercice 2 (13 points)

Le tableau ci-dessous récapitule les résultats d'une étude effectuée sur une semaine par un restaurateur en vue de connaître le coût moyen de production d'un repas en fonction du nombre de couverts servis.
Dans ce tableau, x_i désigne le nombre de couverts servis, et y_i désigne le coût moyen d'un repas en € pour le $i$ème jour de la semaine. Par exemple : le deuxième jour de la semaine, pour un service de 15 couverts, chaque repas a coûté en moyenne $8,90$ €.

x_i	4	15	25	35	45	50
y_i	19,30	8,90	6,50	6,40	7,20	8,10

Partie A

1. Représenter sur du papier millimétré le nuage de points $(x_i ; y_i)$. On prendra :
   - en abscisses : 1 cm pour 5 repas,
   - en ordonnées : 1 cm pour 2 €.
2. Calculer les coordonnées de **G**, le point moyen du nuage et placer **G** sur le graphique.
3. Le restaurateur décide d'effectuer un ajustement affine du nuage par la droite D d'équation : $y = -0,2x + 15,2$.

   a. Tracer D sur le graphique.

   b. La droite D passe-t-elle par **G** ? (On justifiera la réponse par un calcul).

   c. Que pensez-vous de cet ajustement ? (Expliquer).

Partie B

On se propose dans cette partie d'effectuer un ajustement plus précis du nuage par la fonction f, définie sur $[4\,;\,50]$ par :

$$f(x) = 0,4x + 35 - 12\ln x$$

Dans la suite, les valeurs trouvées par calcul seront arrondies au centième près.

1. Calculer la dérivée f' de la fonction f et vérifier que :

$$f'(x) = \frac{0,4x - 12}{x}$$

2. Etudier le signe de $f'(x)$ sur $[4\,;\,50]$ et dresser le tableau de variations de f.

3. Compléter le tableau suivant :

x	4	10	20	30	40	50
$f(x)$						

4. Représenter la fonction f dans le même repère que le nuage de points.

5. On considère que f réalise un bon ajustement du nuage de points.

 a. Selon cet ajustement, pour quel nombre de couverts le coût moyen d'un repas est-il minimum ? Quel est ce coût minimum ?

 b. En utilisant cet ajustement, déterminer graphiquement pour quels nombres de couverts le coût moyen d'un repas est inférieur à 7 €. (On fera figurer les traits de construction de la réponse sur le graphique).

Pour voir le corrigé de l'exercice 2. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 2

Corrigé Btn 2004

Exercice 1 (7 points)

1. **a.** L'augmentation de 3 % se traduit d'une année à l'autre par un coefficient multiplicateur $b = 1,03$. Le prix en 2004 est : $9,5 \times 1,03 = \approx \boxed{9,79€}$

b. Le prix en 2003 était de : $\dfrac{6,90}{1,03} \approx \boxed{6,70€}$

2. **a.** D'après la question précédente, on a : $P_1 = 1,03 \times P_0 = 1,03 \times 7,50 \approx \boxed{7,73€}$

$P_2 = P_1 \times 1,03 = P_0 \times (1,03)^2 \approx \boxed{7,96€}$

b. Il s'agit d'une suite géométrique de premier terme $P_0 = 7,50$ et de raison $b = 1,03$. On a donc :

$$P_{n+1} = 1,03 \times P_n$$

ce qui donne :

$$\boxed{P_n = P_0 \times (1,03)^n = 7,50 \times (1,03)^n}$$

c. En 2010, $n = 7$, on cherche donc : $P_7 = 7,50 \times (1,03)^7 \approx 9,22$ €.

d. Il s'agit ici de résoudre l'inéquation :

$$7,50 \times (1,03)^n \geqslant 10$$

$$(1,03)^n \geqslant \frac{10}{7,50}$$

$$(1,03)^n \geqslant \frac{4}{3}$$

Par utilisation des Logarithmes :

$$\ln(1,03)^n \geqslant \ln\left(\frac{4}{3}\right)$$

$$n \ln 1,03 \geqslant \ln\left(\frac{4}{3}\right)$$

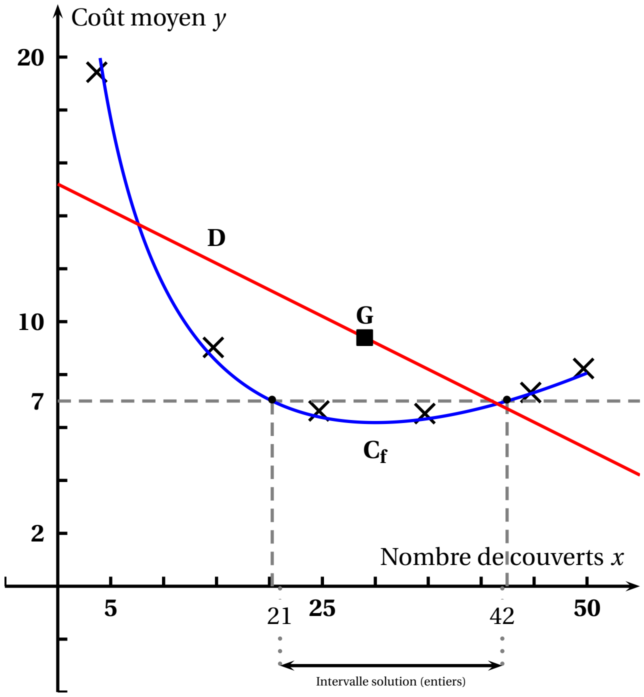
$$n \geqslant \frac{\ln\left(\frac{4}{3}\right)}{\ln 1,03}$$

Soit finalement : $\boxed{n \approx 10}$ ce qui donne l'année 2013.

Exercice 2 (13 points)

Partie A

1. Représentation du nuage :



2. Le point $G(29 ; 9,4)$ est placé en noir sur le graphique.
3. **a.** Voir ci-contre : D est tracée avec les points $(0 ; 15,2)$ et $(50 ; 5,2)$.

   b. D passe par G car : $-0,2 \times 29 + 15,2 = 9,4$. Les coordonnées de G vérifient l'équation de D.

   c. On observe que la forme du nuage (courbe) ne justifie pas cet ajustement affine. Ce qui était évident dès le début !

Partie B

1. On a : $f'(x) = 0,4 - 12 \times \dfrac{1}{x} = 0,4 - \dfrac{12}{x} = \dfrac{0,4x - 12}{x}$.
2. On constate que sur l'intervalle, $f'(x)$ s'annule si $x = 30$ et est du signe du binôme $0,4x - 12$. On obtient donc le tableau de variations :

x	4		30		50
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	≈ 20	$\searrow$	$\approx 6,20$ *min*	$\nearrow$	$\approx 8,10$

3. Le tableau de valeurs :

x	4	10	20	30	40	50
$f(x)$	19,96	11,37	7,05	6,19	6,73	8,06

4. Voir ci-dessus C_f en bleu.
5. **a.** D'après l'étude de f, le coût moyen est minimum pour $x = 30$ couverts et est d' $\approx 6,19$ €.

   b. On trace la droite $y = 7$ et on lit graphiquement les valeurs de x entières pour lesquelles la courbe C_f est au-dessous de cette droite : on obtient de 21 à 42 couverts.

Btn 2005

Exercice 1 (8 points)

Un restaurateur a fait une étude statistique sur 8 000 clients ayant séjourné dans son restaurant et ayant choisi l'une des trois formules proposées :

- Formule F_1 : buffet et dessert
- Formule F_2 : buffet et plat
- Formule F_3 : plat et dessert

Il constate que :

- 4 500 clients sont des femmes,
- 43 % des femmes ont choisi F_1,
- 1 575 femmes ont choisi F_2,
- 3 clients sur 10 ont choisi F_3,
- 32 % des clients ont choisi F_1.

1. Reproduire et compléter le tableau :

	F_1	F_2	F_3	Total
Femmes				
Hommes				
Total				8 000

2. On sélectionne un client au hasard. Déterminer les probabilités des événements suivants (arrondies à 10^{-2} près.
A : le client a choisi F_2,
B : le client est une femme,
C : le client est un homme qui a choisi F_1.

3. Définir par une phrase, puis déterminer les probabilités des événements :

$$A \cap B\,;\; A \cup B\,;\; \overline{A}$$

4. On sélectionne une femme au hasard.
Déterminer la probabilité de l'événement D : la cliente a choisi une formule comprenant un plat.

Pour voir le corrigé de l'exercice 1. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 1

Exercice 2 (12 points)

Partie A

On considère les deux fonctions U et C définies sur $[\,10\,;\,80\,]$ par $U(x) = 0,4\,x^2 + 1$ et $C(x) = \ln(0,4\,x^2 + 1)$ où ln désigne la fonction logarithme népérien.

1. **a.** Calculer la dérivée U' de la fonction U.

b. En déduire que pour tout $x \in [\,10\,;\,80\,]$, $C'(x) = \dfrac{0,8\,x}{0,4\,x^2+1}$.

2. Etudier sur $[\,10\,;\,80\,]$ le signe de $C'(x)$. En déduire le tableau de variations de la fonction C.

3. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant en donnant les résultats arrondis à 10^{-1} près.

x	10	15	20	25	30	40	60	80
$C(x)$								7,8

4. **a.** On munit le plan d'un repère orthogonal : 1 cm pour 5 unités sur l'axe des abscisse et 1 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.
Tracer dans ce repère la courbe représentative Γ de la fonction C.

   b. Dans le même repère, tracer la droite Δ d'équation $y = 7,5$.

Partie B

Un industriel envisage la production de 10 à 80 fauteuils pour un hôtel. Le coût de production de x fauteuils est égal, **en dizaines de milliers d'€** , à $C(x) = \ln(0,4\,x^2 + 1)$ pour x compris entre 10 et 80.

1. Déterminer, à l'aide du graphique précédent, le nombre maximum de fauteuils que l'industriel peut produire avec un budget de 75 000 € . **Justifier**.
2. Le prix de vente à l'hôtel d'un fauteuil est de 1 500 € .

   a. Donner l'expression $R(x)$ du chiffre d'affaires de l'industriel exprimé en dizaines de milliers d'€ .

   b. Représenter la fonction R définie sur [10 ; 80] par : $R(x) = 0,15\,x$ dans le même repère que précédemment.

   c. L'hôtel passe une commande de 40 fauteuils. Est-ce rentable pour l'industriel ? Justifier par un calcul puis graphiquement (on tracera les pointillés utiles).

   d. Quel est le nombre minimal de fauteuils à vendre pour que l'opération soit rentable pour l'industriel ? Justifier.

Pour voir le corrigé de l'exercice 2. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 2

Corrigé Btn 2005

Exercice 1

1. On obtient le tableau :

	F_1	F_2	F_3	Total
Femmes	1935	1575	990	4500
Hommes	625	1465	1410	3500
Total	2560	3040	2400	8 000

2. $\text{P(A)}=\dfrac{3040}{8000}=0,38$

   $\text{P(B)}=\dfrac{4500}{8000}\approx 0,56$

   $\text{P(C)}=\dfrac{625}{8000}\approx 0,08$

3. Pour les définitions, voir le cours. $\text{P(A}\cap\text{B)}=\dfrac{1575}{8000}\approx 0,20$; $\text{P(A}\cup\text{B)}=\dfrac{1935+1575+990+1465}{8000}\approx 0,75$;

   $\text{P}(\overline{\text{A}}) = 1-\text{P(A)} = 0,62$.

4. $\text{P(D)}=\dfrac{1575+990}{4500}=0,57$.

Exercice 2

Partie A

1. **a.**

$$U'(x) = 0,8\ x$$

b. On sait que : $(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$ donc :

$$C'(x) = \frac{0,8\ x}{0,4x^2 + 1}$$

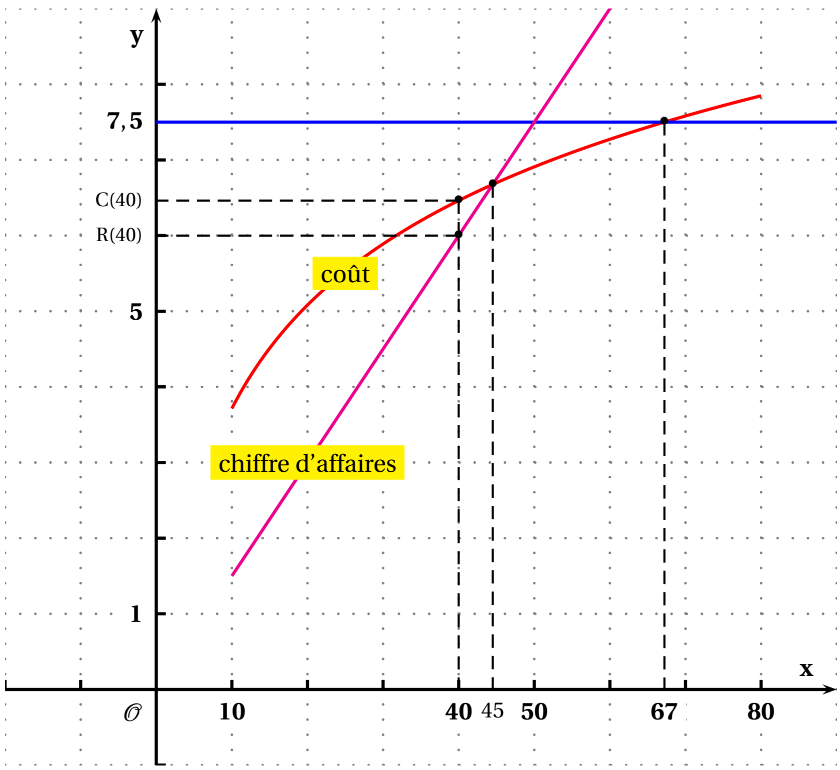
2. $C'(x)$ est clairement positive sur l'intervalle. On en déduit :

x	10		80
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$\approx 3,7$	$\nearrow$	$\approx 7,8$

3. Le tableau de valeurs :

x	10	15	20	25	30	40	60	80
$C(x)$	3,7	4,5	5,1	5,5	5,9	6,5	7,3	7,8

4. Représentation graphique :



Partie B

1. Graphiquement, la courbe de coût doit rester "en dessous" de la droite $y = 7,5$. On peut produire au maximum 67 fauteuils.

2. **a.**

$$R(x) = 0,15x$$

b. Voir graphique.

c. $R(40) = 6$ et $C(40) \approx 6,46$. On a :$R(40) < C(40)$. Ce n'est pas rentable, ce que le graphique confirme : pour $x = 40$ la courbe de coût est "au dessus" de la droite de chiffre d'affaires.

d. Graphiquement, le seuil de rentabilité est environ de 45 fauteuils : pour $x \approx 45$, la droite de chiffre d'affaires passe "au dessus" de la courbe de coût.

Btn 2006

Exercice 1 (8 points)

La région Centre accueille chaque année un grand nombre de touristes français et étrangers qui passent un total de 18,5 millions de nuitées dans la région. Ces nuitées se décomposent en deux types d'hébergement :

- L'hébergement marchand (hôtels, auberges, campings...)
- L'hébergement non-marchand (familles,amis,résidence secondaire...)

Les hébergements se répartissent de la façon suivante entre touristes français et étrangers :

- Les touristes étrangers passent 3,85 millions de nuitées dans des hébergements marchands.
- 78 % des nuitées sont dûes à des touristes français.
- 50,4 % des nuitées sont passées en hébergement marchand.

1. Calculer le nombre de nuitées des touristes français ainsi que le nombre de nuitées passées en hébergement marchand.
2. Recopier et compléter le tableau suivant où **tous les résultats seront donnés en milliers de nuitées.**

	Touristes français	Touristes étrangers	Total
Hébergement marchand		3 850	
Hébergement non-marchand			
Total			18 500

3. Déterminer le pourcentage, arrondi à l'entier le plus proche, de nuitées passées en hébergement marchand parmi les touristes étrangers.

On réalise une enquête auprès des clients ayant passé un nuit en région Centre en 2002. On considère que tous les clients ont la même probabilité d'être interrogés.

4. Calculer la probabilité des événements suivants : on donnera les résultats à 0,01 près.
   a. A : "le client est un touriste étranger".
   b. B : "Le client est français et sa nuitée est en hébergement non-marchand".

Pour voir le corrigé de l'exercice 1. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 1

Exercice 2 (12 points)

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : étude d'une suite

En 2004 on dénombrait 1 900 chambres d'hôtes dans la région Centre. On estime que, chaque année, le nombre de chambres d'hôtes dans la région augmente de 3 % par rapport à l'année précédente.

On appelle u_0 le nombre de chambres d'hôtes en 2004 (c'est à dire $u_0 = 1\,900$), u_1 le nombre de chambres d'hôtes en 2005... et de façon générale u_n le nombre de chambres d'hôtes en $(2004 + n)$.

1. Déterminer u_1 et u_2 (arrondir à l'entier le plus proche).
2. **a.** Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
   b. En déduire le nature de la suite, son premier terme et sa raison.
3. **a.** Exprimer u_n en fonction de n uniquement. En déduire le nombre de chambres d'hôtes prévisible en 2015 (arrondir à l'entier le plus proche).

Partie B : étude d'une fonction

En fait, le nombre annuel de chambres d'hôtes dans la région Centre peut également être donné par la fonction f définie sur $[0\ ;\ 15]$ par :

$$f(x) = 1\,900\ e^{0,03x}$$

où x est le nombre d'années écoulées depuis 2004.

1. Montrer que : $f'(x) = 57\ e^{0,03x}$

2. **a.** Etudier le signe de $f'(x)$ sur $[0\ ;\ 15]$.

b. En déduire le tableau de variations de f sur $[0\ ;\ 15]$.

Recopier et compléter le tableau suivant (arrondir les valeurs à la dizaine près).

x	0	1	2	4	6	10	15
$f(x)$							

3. Tracer sur papier millimétré la courbe représentative de f dans un repère orthogonal du plan ; unité graphiques :

- 1 cm sur l'axe des abscisses.
- 1 cm pour 50 sur l'axe des ordonnées et commencer à graduer à 1 900.

4. Déterminer graphiquement puis par un calcul le nombre de chambres d'hôtes en 2015 (justifier par un tracé en pointillés). Comparer avec **A. 3b.**

Pour voir le corrigé de l'exercice 2. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 2

Corrigé Btn 2006

Exercice 1

1. $18,5 \times \dfrac{78}{100} = 14,43$ millions de nuitées des touristes français.

$18,5 \times \dfrac{50,4}{100} = 9,324$ millions de nuitées en hébergement marchand.

2. On obtient :

	Touristes français	Touristes étrangers	Total
Hébergement marchand	5 474	3 850	9 324
Hébergement non-marchand	8 956	220	9 176
Total	14 430	4 070	18 500

3. On calcule : $\dfrac{3\,850}{4\,070} \times 100 \approx 95\ \%$

4. **a.**

$$P(A)=\frac{4\,070}{18\,500} \approx 0,22$$

b.

$$P(B)=\frac{8\,956}{18\,500} \approx 0,48$$

Exercice 2

Partie A : étude d'une suite

1.

$$u_1 = u_0 \times (1 + 0,03) = 1900 \times 1,03 = 1957$$

$$u_2 = u_1 \times 1,03 = 1957 \times 1,03 \approx 2016$$

2. **a.** On a :

$$u_{n+1} = u_n \times 1,03$$

b. Il s'agit d'une **suite géométrique** de raison $b = 1,03$ et de premier terme $u_0 = 1900$.

3. **a.** D'après la relation générale du cours : $u_n = u_0 b^n$ soit :

$$u_n = 1900 \times (1,03)^n$$

b. Le nombre de chambres d'hôtes en 2015 sera $(n = 11)$: $u_{11} = 1900 \times (1,03)^{11} \approx 2630$.

Partie B : étude d'une fonction

1.

$$f'(x) = 1900 \times 0,03 \times e^{0,03x} = 57 \times e^{0,03x}$$

2. **a.** Le signe de $f'(x)$ est clairement strictement positif.

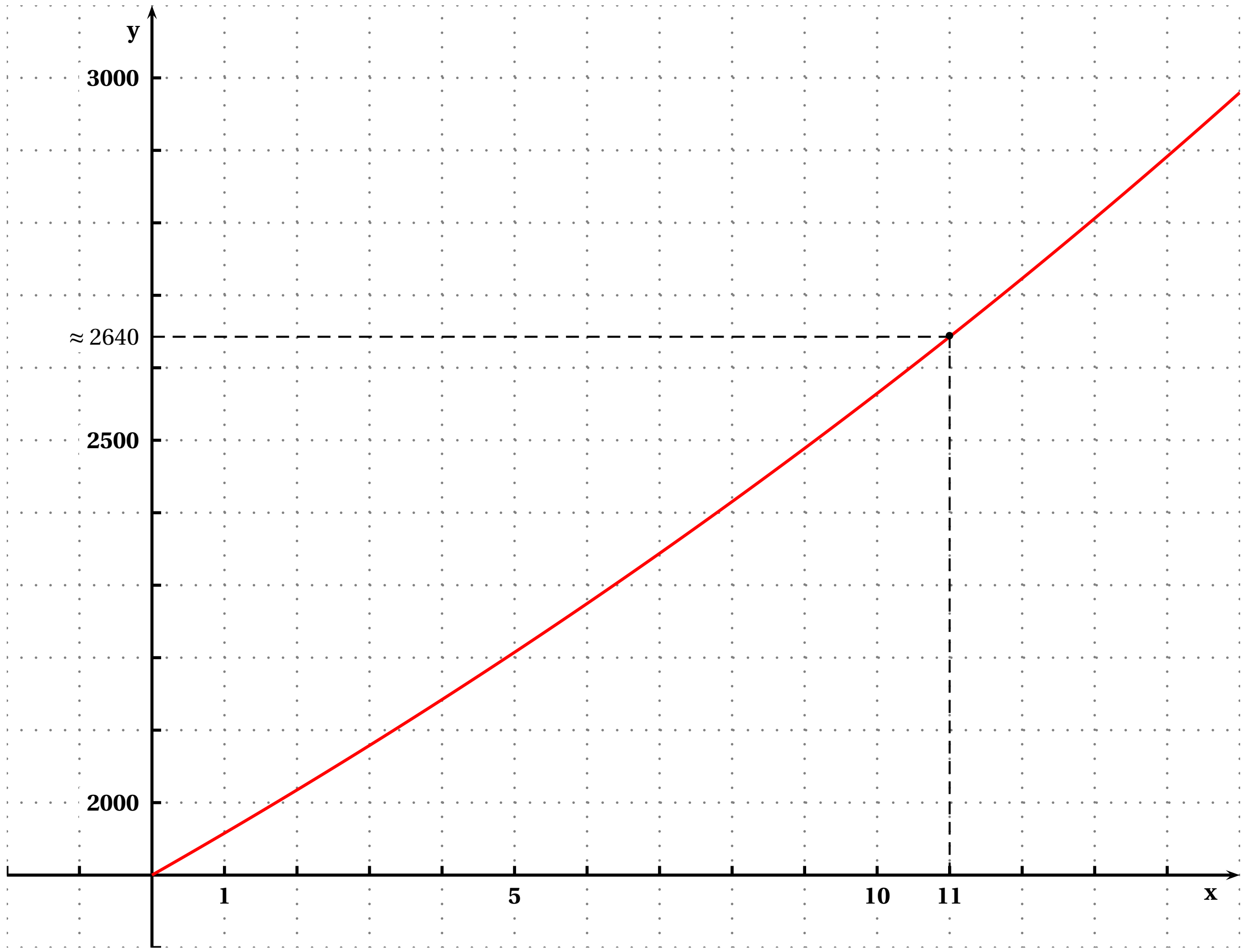
b. On obtient le tableau de variations :

x	0		15
$f'(x)$		+	
$f(x)$	1900	$\nearrow$	≈ 2980

et le tableau de valeurs :

x	0	1	2	4	6	10	15
$f(x)$	1900	1960	2020	2140	2280	2570	2980

3. Représentation graphique :



4. En 2015, $x = 11$ ce qui donne :

$$f(11) = 1900 \times e^{0,03 \times 11} \approx 2643$$

Il y a donc environ 2 640 chambres d'hôtes en 2015. Le résultat est voisin de celui de **A.3b.**

Table des matières